

2010年度

M_b 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 下記の空欄イ～ルにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $x^{2010} + 2x + 9$ を $(x + 1)^2$ で割った余りは イ である.

(ii) 3桁の正の整数で各位の数の少なくとも1つが0または7であるものは ロ 個ある.

(iii) 次の等式

$$x^2(1-x) = (1-x) \int_0^x yf(y)dy + x \int_x^1 (1-y)f(y)dy$$

をみたす多項式 $f(x)$ は ハ である.

(iv) 行列Aで表される移動により, 点 $(1, 2)$ は点 $(-1, -2)$ に, 点 $(2, 1)$ は点 $(4, 2)$ に移るとき, 点 $(3, 3)$ は点 (ニ, ホ) に移る.
またこの移動を4回繰り返すと, 点 $(3, 3)$ は点 (ヘ, ト) に移る.

(v) x が $0 \leq x \leq \pi$ を動くとき, $\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ は $x =$ チ のときに
に最大値 リ をとり, $x =$ ヌ のときに最小値 ル をとる.

Ⅱ. 空間に三点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ が与えられている. ただし, a, b, c は正の実数である. 三点 A, B, C の定める平面を α とし, 原点 O から α に引いた垂線と α との交点を H とする.

(i) $\overrightarrow{CH} = p\overrightarrow{CA} + q\overrightarrow{CB}$ となる実数 p, q を求めよ.

(ii) H の座標を (h_1, h_2, h_3) とするとき, h_3 を求めよ.

(iii) a, b を固定し, c を正の実数全体を動かすとき, h_3 の最大値を求めよ.

Ⅲ. $f(x) = (3x^2 + 4x - 1)e^{-x} + 1$ ($x \geq 0$) とおく.

(i) 関数 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べてそのグラフをかけ. ただし, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$ を使ってよい.

(ii) 原点と変曲点を結ぶ線分と曲線 $y = f(x)$ とで囲まれる部分の面積を求めよ.

【以下余白】

