

2010年度

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～シに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a 、小数部分を b とすると、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$

である。

(ii) 2次方程式 $4x^2 + ax + 3 = 0$ の2つの解の差が1であるとき、定数 a の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。ただし $a > 0$ とする。

(iii) 5個の数字、0、1、2、3、4を重複せずに使ってできる4桁の整数は $\boxed{\text{エ}}$ 通りである。

(iv) $a > 0$ 、 $b > 0$ のとき、 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ の最小値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(v) i を虚数単位とすると、 $\left(\frac{2+2i}{2-2i}\right)^3$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(vi) 座標平面上の点 $(1, 4)$ を通り、直線 $l: x - 2y + 2 = 0$ と垂直に交わる直線を m とする。直線 l と m の交点の座標は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vii) 3辺の長さが5、6、7の三角形の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(viii) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(2-x) + \log_2(x+1) = 1$ を満たす x は、1と $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(ix) 関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$ の区間 $0 \leq x \leq 2$ における最大値は $\boxed{\text{コ}}$ 、最小値は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(x) 初項 $a_1 = 2$ 、 $a_{n+1} = 3a_n - 2$ で定義される数列の一般項 a_n は $\boxed{\text{シ}}$ である。

Ⅱ. 座標平面上の点 $A(0, 3)$ と点 $B(\sqrt{3}, 0)$ を通る直線を l とする. 原点を O とするとき, OA 上に中心がある円 C_1 が直線 l と x 軸の両方に接している. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 円 C_1 と直線 l との接点の座標を求めよ.

(ii) 円 C_1 と直線 l と x 軸とで囲まれた領域を D とする. D の面積を求めよ.

(iii) 領域 D の内部で, 円 C_1 と直線 l と x 軸に接する円を C_2 とする. C_2 の半径を求めよ.

(iv) (iii) と同様に, 円 C_2 と直線 l と x 軸に接する円を C_3 とする. 以下同様に,

$C_4, \dots, C_n$ を定める. このとき, C_1 から C_n までの面積の和を n を用いて表せ.

Ⅲ. 座標空間の xy 平面上に正六角形 $OABCDE$ がある. $O(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$

とし, 点 C の y 座標は正とする. 3つの点 A , C , E を z 軸の正の方向に同じだけ平行

移動した点をそれぞれ P , Q , R とするとき, 線分 BQ の長さは 2 となった. このとき,

次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

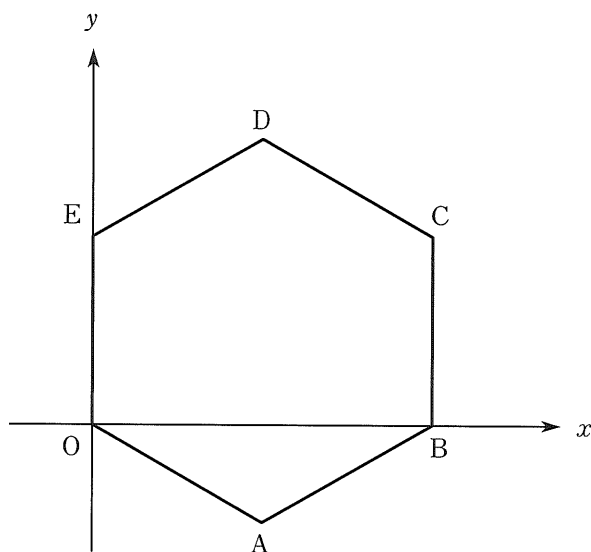
(i) 点 D の座標を求めよ.

(ii) 点 Q の座標を求めよ.

(iii) 三角形 BQD の重心を G とするとき, 線分 OG の長さを求めよ.

(iv) 線分 PR の中点を T とし, ベクトル $\overrightarrow{OT}$ と $\overrightarrow{TQ}$ のなす角を θ とするとき,

$\cos \theta$ を求めよ.



【以下余白】

