

2010年度

O_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HB**の黒鉛筆または**HB**の黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8**ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI・IIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. $a_1 > \sqrt{p}$ をみたす正数 a_1, p に対し, 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{p}{a_n} \right) \quad (n \geq 1)$$

以下の問 (i) ~ (iv) に答えよ.

(i) すべての n に対し $a_n \geq \sqrt{p}$ を示せ.

(ii) すべての n に対し

$$a_{n+1}^2 - p \leq \left(\frac{1}{4p} \right)^{2^n - 1} (a_1^2 - p)^{2^n}$$

を示せ.

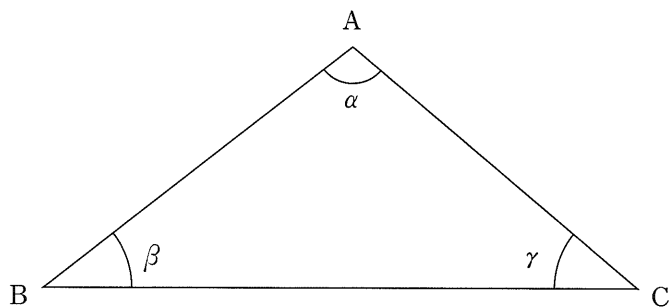
(iii) $a_1 = 4, p = 15$ とするとき,

$$a_3 - \sqrt{15} < \frac{1}{10^5}$$

であることを示せ.

(iv) $\sqrt{15}$ の近似値を, 小数第 5 位を四捨五入して小数第 4 位まで求めよ.

- Ⅱ. 周の長さ1の三角形ABCの外接円の半径を R とし、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ をそれぞれ α 、 β 、 γ とする.



- (i) R を α 、 β を用いて表せ.
- (ii) α を固定して β を動かしたときの R の最小値 $R(\alpha)$ を求めよ.
- (iii) k を定数とすると、 α についての方程式 $R(\alpha) = k$ の区間 $0 < \alpha < \pi$ における異なる解の個数を調べよ.

【以下余白】

