

2011年度

R 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。（万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。）
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～スに当てはまる数を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 点P(1, 2)と点Q(0, -1)を通り、点Qでの接線の傾きが2である円の方程

式は $(x - \boxed{\text{ア}})^2 + (y - \boxed{\text{イ}})^2 = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) $\vec{a} = (-2, 2, 1)$, $\vec{b} = (-5, 4, 3)$ のとき, $\vec{a}$ と $2\vec{a} - \vec{b}$ のなす角度は

$\boxed{\text{エ}}$ である。

(iii) $\sin x + \sqrt{3} \cos x - 2 = 0$ ($0 < x < \pi$) を解くと, $x = \boxed{\text{オ}}$ である。

(iv) 数列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ に関して, $\frac{17}{30}$ はこ

の数列の第 $\boxed{\text{カ}}$ 項である。

(v) $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ に対して, ω^8 は $\boxed{\text{キ}}$ + $\boxed{\text{ク}}$ i となる。ただし i は虚数

単位とし, キ, クは実数とする。

(vi) 2次方程式 $x^2 + ax + 16 = 0$ が整数解を持つような整数 a のうち最大のものは

$\boxed{\text{ケ}}$ である。

(vii) サイコロを4回振る。連続して偶数があらわれず、かつ連続して奇数もあらわれな

い確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(viii) x が実数を動くとき、関数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} - 5(2^x + 2^{-x}) + 9$ の最小値は、

$\boxed{\text{サ}}$ である。

(ix) 関数 $f(x)$ が等式 $\int_a^x f(t) dt = x^2 + (3a + 8)x + 4$ をみたすとき、定数 a の

値は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(x) 6^{30} は $\boxed{\text{ス}}$ 桁の整数である。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Ⅱ. a, b, c を実数とする. 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ は 3 個の相異なる実数解を持ち, それらの解をある順番で並べると等比数列となる. そこで等比数列の公比を r とおき, 方程式の解を p, pr, pr^2 とおく. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) a, b, c をそれぞれ p, r の式として表せ.

(ii) c を a, b の式として表せ.

(iii) p, pr, pr^2 を適当に並びかえると等差数列になるとする. このとき r の値を求めよ.

(iv) (iii) の場合で, さらに $b = 2a$ であるとき a, b, c の値をそれぞれ求めよ.

Ⅲ. 関数 $y = -x^2 + 2x + 2$ のグラフに点 $A(0, a)$ から 2 本の異なる接線が引けると
き, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点 A の y 座標 a が満たす条件を求めよ.

(ii) 点 A を通る 2 本の接線の式と接点の座標を a を用いて表せ.

(iii) 2 本の接線が直交するときの a の値を求めよ.

(iv) 点 A を通る 2 本の接線と放物線で囲まれる図形を y 軸で 2 つに分割したとき, 右側の図形の面積を S とする. (iii) で求めた a の値に対して S の面積を求めよ.

【以下余白】

