

2011年度

C_b 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 下記の空欄イ～ホにあてはまる数を解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 方程式 $3\cos^3\theta - 5\cos^2\theta - 4\cos\theta + 4 = 0$, および不等式 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ をみたす θ に対して, $\cos\theta =$ イ である.

(ii) 公差 $\frac{1}{5}$, 初項 -8 の等差数列 $a_1, a_2, \dots$ を

$$a_1 | a_2, a_3 | a_4, a_5, a_6 | a_7, a_8, a_9, a_{10} | \dots$$

とグループ分けする. 第 101 番目のグループに属する数の和は ロ である.

(iii) 空間に 3 点 $A(2, 2, 2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(2, y, 1)$ が与えられている. 三角形 ABC が直角三角形になるのは $y =$ ハ のときである.

(iv) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \cos x)}{x^2}$ の値は ニ である.

(v) 1 個のさいころを 4 回続けて投げるとき, 3 回以上連続して同じ目が出る確率は ホ である.

Ⅱ. 三角形ABCにおいて、各辺の長さをそれぞれ $AB = x$, $AC = y$, $BC = z$ とおき、
 $\angle BAC = \theta$ とおく。また、 x, y, z は

$$x + y + z = a, \quad xy = z$$

をみたすものとする。ただし、 a は正の実数である。このとき、次の問(i)~(iii)に
答えよ。

(i) $\cos \theta$ を a と z の式で表せ。

(ii) $x + y$ と xy をそれぞれ a と $\cos \theta$ の式で表せ。

(iii) $\theta = \frac{\pi}{3}$ のとき、 a のとり得る値の最小値を求めよ。また、そのときの x, y, z
を求めよ。

Ⅲ. 座標平面上の2つの曲線 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ を, それぞれ C_1 , C_2 とする. 0 以上の実数 t に対して, x 座標が t である点における C_1 の接線を l_1 , x 座標が t である点における C_2 の接線を l_2 とする. l_1 と l_2 との交点を P , l_1 と y 軸との交点を Q , l_2 と y 軸との交点を R とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ.

(i) 点 P の座標を t を用いて表せ.

(ii) 三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする. 0 以上の実数 t を変化させるとき, $S(t)$ の最大値を求めよ. また最大値を与える t の値を求めよ.

(iii) (ii) で求めた $S(t)$ に対して, 定積分 $\int_0^2 S(t) dt$ の値を求めよ.

【以下余白】

