

2011年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 2つの異なる2次方程式 $x^2 + 3px + 4 = 0$, $x^2 + 3x + 4p = 0$ が共通の実数解

を持つとき、 p の値は である。ただし、 $p \neq 1$ とする。

(ii) 三角形ABCにおいて、 $BC = 6$, $CA = 4$, $\cos C = \frac{1}{3}$ であるとき、 $\sin A$ の値は

である。

(iii) 不等式 $|2x| + |x - 4| < 6$ を解くと、 となる。

(iv) 実数 x, y が $(3 + 2i)x + (1 - i)y + 13 + 2i = 0$ を満たすとき、 $x =$,

$y =$ である。ただし、 i は虚数単位とする。

(v) 点Qが円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動くとき、点P(3, 0)と点Qの中点の軌跡の方程式は

である。

(vi) $\cos \theta = \frac{1}{5}$ のとき、 $\tan \theta =$ である。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(vii) $a = \log_{10} 2$, $b = \log_{10} 3$ とするとき、 $\log_{100} \frac{125}{9}$ を a, b を用いて表すと、

となる。

(viii) 等式 $f(x) = x^2 + 4x - \int_0^1 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ は、 である。

(ix) 数列 2, 4, 9, 17, 28, 42, ... の第 n 項を n を用いて表すと、 となる。

(x) 座標空間上に3つの点、A(1, 3, -1), B(-1, 2, 2), C(2, 0, 1)をと

るとき、三角形ABCの重心の座標は である。

Ⅱ. 袋に赤玉が1個、白玉が2個の合計3個の玉が入っている。袋から玉1個を取り出し、玉の色を確認し、また袋に戻す、という作業を2回行い、これを1回の試行と考える。この試行を使って、A君とB君の2人が以下のようなゲームをすることにした。

- 取り出した玉の色の1番目が白、2番目が赤であれば、A君が勝ち抜けとなり、
- 取り出した玉の色の1番目が赤、2番目が白であれば、B君が勝ち抜けとなり、
- 取り出した玉の色が2回とも同じ色であれば、引き分けとし、試行を続ける。

また、どちらか1人が勝ち抜けた後も、同様に玉を2回出し入れする試行を続け、以下の場合にゲームを終了させることにした。

- 残った1人がA君のとき、取り出した玉の色の1番目が白、2番目が赤である場合。
- 残った1人がB君のとき、取り出した玉の色の1番目が赤、2番目が白である場合。

このとき、次の問(i)～(iii)に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) 1回目の試行で、A君が勝ち抜ける確率、B君が勝ち抜ける確率、引き分けになる確率をそれぞれ求めよ。
- (ii) 3回目の試行でゲームが終了する確率を求めよ。
- (iii) A君のほうが多く早く勝ち抜けし、その後、 n 回目の試行でB君がゲームを終了させる確率を n を用いて表せ。ただし、 $n \geq 2$ とし、 n にはA君が勝ち抜けるまでの試行の回数も含むものとする。

Ⅲ. 放物線 $y = x^2$ 上の点 (a, a^2) を A とし、点 A における放物線の接線を l とする.

ただし、 $a > 0$ とする. また、 x 軸上の点 $(a, 0)$ の直線 l について対称な点を B とし、点 A, B を通る直線を m とする. このとき、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 直線 l と x 軸の正の向きとのなす角を θ とし、また、直線 m と x 軸の正の

向きとのなす角を γ とする. γ を θ と π を用いて表せ. ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$,

$-\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}$ とする.

(ii) 直線 m の傾き $\tan \gamma$ を $\tan \theta$ で表せ.

(iii) 直線 m の方程式を a を用いて表せ.

(iv) 直線 m が、 a の値によらず、必ず通過する点の座標を求めよ.

【以下余白】

