

2012年度

K 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～シに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 方程式 $x^3 - 4x^2 + ax + b = 0$ の1つの解が $1 - 2i$ であるとき、実数解は

であり、 $a =$, $b =$ である。ただし、定数 a, b は実数とし、 i は虚数単位とする。

(ii) サイコロを続けて2回振り、最初に出た目が a 、次に出た目が b ならば座標平面上に直線 $l: y = ax - b$ を描く。この試行において、直線 l が放物線 $y = x^2$ と相異なる2点で交わる確率は である。

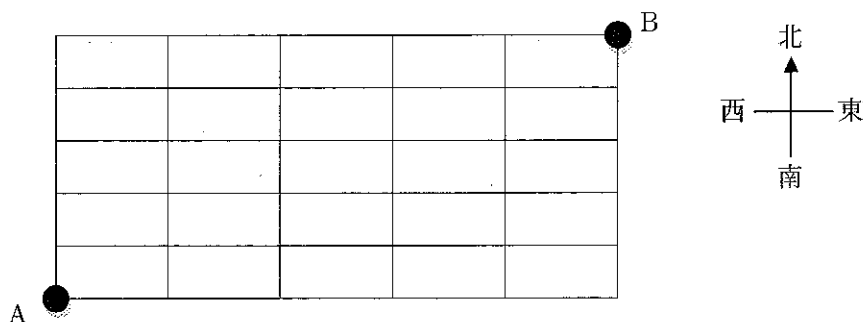
(iii) 不等式 $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 \leq 0$ の表す領域の面積は である。

(iv) $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ であるとき、 $x^3 + y^3 - 2xy^2 =$ である。

(v) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta = r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形すると、
 $r =$, $\alpha =$ である。ただし、 $0 \leq \alpha < 2\pi$ とする。

(vi) 実数からなる数列 $\{a_n\}$ が $a_{n+1}^3 = 2a_n^2$, $a_1 = 4$ を満たすとき、 $\log_2 a_n =$ である。

(vii) 図のように東西6本、南北6本の道路で区画された場所がある。南西の端の地点Aから北東の端の地点Bへ行く最短ルートは 通りある。



(viii) 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3a^2x + b$ ($a > 0$) が極大値 13 と極小値 -19 を持つな

らば $a = \boxed{\text{サ}}$, $b = \boxed{\text{シ}}$ である。

Ⅱ. 2 次関数 $F(x)$ について、次の問 (i) ~ (iii) に答えよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 2 次方程式 $F(x) = 0$ は 2 つの解 $2, -3$ を持ち、 $F(5) = 12$ を満たす。

このとき、 $F(x)$ を求めよ。

(ii) (i) で求めた $F(x)$ が関数 $f(x)$ を用いて

$$F(x) = 2 \int_a^x f(t) dt$$

と表されるとき、関数 $f(x)$ と定数 a の値をすべて求めよ。

(iii) 座標平面において、曲線 $y = F(x)$ と曲線 $y = f(x)$ とで囲まれる領域の面積を求めよ。

Ⅲ. 座標平面上に2点 $A(-1, 3)$, $B(5, 15)$ と直線 l が与えられており, 2点 A , B は直線 l に関して対称な位置にある。直線 l が y 軸と交わる点を C とし, 線分 AB の中点を M とする。線分 MA 上に, 点 M と異なる点 P をとる。このとき次の問(i)~(iv)に答えよ。

(i) 点 M の座標と直線 AB の方程式を求めよ。

(ii) 直線 l の方程式を求めよ。

(iii) 点 P の x 座標を t とする。 $\angle PCM = \theta$ とおくとき, $\cos \theta$ を t を用いて表せ。

(iv) 直線 l に関して, 点 P と対称な点を Q とする。三角形 PCQ が正三角形となるときの t の値を求めよ。