

2012年度

N 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 方程式 $(x+3)|x-4|+2x+6=0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$ である。

(ii) 曲線 $y = x^3 - 3x^2 + 1$ 上の点 $(1, -1)$ における接線が、放物線 $y = ax^2 + a$ と接するとき、 $a = \boxed{\text{イ}}$ である。ただし、 $a > 0$ とする。

(iii) $\frac{1}{2-i} + \frac{1}{3+i} = a + bi$ となる実数 a, b を求めると、 $a = \boxed{\text{ウ}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。ただし、 i は虚数単位とする。

(iv) 白玉 4 個と赤玉 2 個が入っている袋がある。この袋から同時に玉を 3 個とりだすとき、白玉の数がちょうど 2 個である確率は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(v) $\tan \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \boxed{\text{カ}}$ である。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(vi) 実数 x が $x > 1$ の範囲を動くとき、 $\log_3 x + 3 \log_x 3$ の最小値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vii) 関数 $f(x)$ が実数 a に対して、等式 $\int_a^x f(t) dt = x^3 + x^2 - 6x - a^2 - 9$ を満たすとき、 a の値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(viii) $\triangle ABC$ の辺 BC 上に点 D があり、 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積の比が $3:2$ であるとき、 $\overrightarrow{AD} = \boxed{\text{ケ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{コ}} \overrightarrow{AC}$ である。

Ⅱ. 座標平面上に2つの放物線 $C_1: y = x^2$ と $C_2: y = -x^2 + 4x + 6$ がある. 2つの放物線 C_1 と C_2 の交点を P, Q とする. ただし, P の x 座標の値は Q の x 座標の値よりも小さいものとする. また, 放物線 C_2 の頂点を R とし, 原点を O とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 2点 P, Q の座標を求めよ.

(ii) 線分 OR と, 2つの放物線 C_1, C_2 とで囲まれる部分のうち, 点 P を含む部分の面積を S とする. S を求めよ.

(iii) 線分 OR の中点を M とする. 線分 OM と線分 MQ と C_1 とで囲まれる部分の面積を T とする. T を求めよ.

Ⅲ. 座標平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある. 点 $P(p, 0)$ と点 $Q(0, q)$ を通る直線が円 C 上の点 R において円 C と接している. ただし, $p > 1, q > 1$ とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) q を p を用いて表せ.

(ii) 線分 PR の長さを t とするとき, p と q を t を用いて表せ.

(iii) 3点 O, P, Q を通る円の直径を d とするとき, d^2 を t を用いて表せ.

(iv) d の最小値を求めよ. また, そのときの p の値を求めよ.

【以下余白】

