

2013年度

S 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア, イに「真」または「偽」のいずれかを記入せよ. また空欄ウ〜シに当てはまる数または式を記入せよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) ある自然数 n について, 命題「 n が偶数ならば n^2 は偶数である」の逆は ア,

対偶は イ である.

(ii) 3次方程式 $x^3 + 2x^2 - 8x - 21 = 0$ の解は $x =$ ウ, エ, オ

である.

(iii) $(2x + \cos \theta)^3$ を展開したときの x^2 の係数が -6 のとき, $\theta =$ カ である.

ただし, $0 \leq \theta < \pi$ とする.

(iv) 2次方程式 $x^2 - 2(k+1)x + 2k^2 = 0$ が実数解をもつような実数 k の値の範

囲は キ である.

(v) 不等式 $-1 + 2\log_2(x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(2-x)$ を満たす x の値の範囲は ク

である.

(vi) A君が徒歩と自転車で移動した. スタート地点から途中まで分速 80 m で 30 分歩

き, その後自転車に乗って 10 分進んでゴールに着いたところ, 平均の速さは分速

130 m であった. このときの自転車の速さは分速 ケ m である.

(vii) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, -2, 1)$ と $\vec{b} = (x, y, -1)$ の大きさが等しく, な

す角が 60° のとき, x の値は コ, サ である.

(viii) 数列 $1, 11, 111, 1111, 11111, \dots$ の第 n 項を n の式で表すと, シ とな

る.

Ⅱ. 弓道部の A 君が矢を射るとき、矢が的に命中する確率を a ($0 < a < 1$) とする. n

を自然数とし, m を $0 \leq m \leq n$ を満たす整数とする. A 君が矢を n 回射るとき, ちょうど m 回命中する確率を $p(m, n)$ とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iii) に答えよ.

解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) $p(1, 3)$ を a の式で表せ.

(ii) $p(7, 9)$ を a の式で表せ.

(iii) ある自然数 x, y ($x \leq y$) について $p(x-1, y) = p(x, y)$ であるとき, a の値を x, y の式で表せ.

Ⅲ. 座標平面上に放物線 $C: y = ax^2 + 1$ がある. 放物線 C 上の点 P における接線を l

とし, 点 P の x 座標を p とする. ただし, $a > 0$, $p > 0$ とする. このとき, 次の問

(i)~(iii)に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 直線 l の方程式を a, p を用いて表せ.

(ii) 直線 l , 放物線 C , および y 軸で囲まれる部分の面積 S を a, p を用いて表せ.

(iii) 直線 l と原点との距離が 1 のとき, S を a を用いて表せ.