

2013年度

H 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 1 から 1000 までの整数のうち、8 で割り切れるが 14 では割り切れない数は

個ある。

(ii) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。 $f(x) = px^2 + qx + 1$ が、 $f'(1) = 4$,

$\int_0^2 f(x) dx = 6$ を満たすとき、 $p =$, $q =$ である。

(iii) $\alpha = 2 + \sqrt{2}i$, $\beta = 2 - \sqrt{2}i$ とするとき、 $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$ の値は である。た

だし、 i は虚数単位とする。

(iv) $3x^3 + ax^2 + bx - 6$ が $x^2 + x - 2$ で割り切れるとき、 $a =$, $b =$

である。

(v) 三角形 ABC において、 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 75^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$ としたとき、 BC の

長さは , この三角形の外接円の半径は である。

(vi) $4 \cos^2 \theta + 9 \sin \theta = 6$ のとき、 $\sin \theta$ の値は である。

(vii) $a = \log_3 4$, $b = \log_3 5$ とおく。 $\log_{60} 40$ を a と b の式で表すと である。

(viii) 数列 $1 \cdot 3$, $3 \cdot 5$, $5 \cdot 7$, $7 \cdot 9$, $\dots$ の初項から第 n 項までの和を n の式で表す

と、 となる。

Ⅱ. 座標平面上に3点 $A(-2, -1)$, $B(-2, 1)$, $C(2, 1)$ と点 $P(p, q)$ がある.

点 P を通り直線 AB に垂直な直線が直線 AB と交わる点を D , 点 P を通り直線 BC に垂直な直線が直線 BC と交わる点を E , 点 P を通り直線 AC に垂直な直線が直線 AC と交わる点を F とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 点 F の座標を p, q を用いて表せ.

(ii) ベクトル $\overrightarrow{DE} = (x_1, y_1)$ とする. x_1, y_1 をそれぞれ p, q を用いて表せ.

(iii) ベクトル $\overrightarrow{EF} = (x_2, y_2)$ とする. x_2, y_2 をそれぞれ p, q を用いて表せ.

(iv) (ii), (iii) で求めた x_1, y_1, x_2, y_2 について $x_1 y_2 = x_2 y_1$ が成り立つとき, 点 P の軌跡の方程式を求めよ.

Ⅲ. 座標平面上で、点 A が原点 $(0, 0)$ から出発して、次のルールで動くとする.

【ルール】 1 個のさいころを 1 回投げて 1 回の試行とする.

1 か 2 か 3 の目が出れば、 x 軸の正の方向に 1 動く.

4 か 5 の目が出れば、 y 軸の正の方向に 1 動く.

6 の目が出れば、動かない.

このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 2 回の試行を行う. 2 回の試行の後、点 A が点 $(1, 1)$ にある確率を求めよ.

(ii) 4 回の試行を行う. 4 回の試行の後、点 A が点 $(2, 2)$ にある確率を求めよ.

(iii) 6 回の試行を行う. 6 回の試行の後、点 A が点 $(2, 2)$ にある確率を求めよ.

(iv) 3 回の試行を行う. 3 回目の試行で初めて点 A が点 $(1, 1)$ に到達する確率を求めよ.

(v) 5 回の試行を行う. 5 回目の試行で初めて点 A が点 $(2, 2)$ に到達する確率を求めよ.

【以下余白】

