

2013年度

H_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ・Ⅱとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. a, b, c, d を定数とし, $a > 0$ とする. 関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ が $f(0) = f(1) = 0$ を満たし, $x = -1$ で極大値をとるとする. このとき, 次の問(i) ~ (iii)に答えよ.

(i) $x = 0, 1$ 以外で $f(x) = 0$ を満たす x を求めよ.

(ii) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 1$ のとき, a の値を求めよ.

(iii) a を(ii)で求めた値とする. 実数 k に対して, 直線 $y = k$ と曲線 $y = f(x)$ の共有点の個数を求めよ.

Ⅱ. 座標平面上の楕円 $x^2 + 9y^2 = 1$ の $y \geq 0$ の部分を C とする. C 上の点 $P(s, t)$ は $0 < s < 1$ を満たすとする. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ.

(i) 点 P における C の接線の傾きを s を用いて表せ.

(ii) 点 P における C の法線の方程式を求めよ.

(iii) (ii)で求めた法線と x 軸との交点の x 座標を p とする. p を s を用いて表せ.

(iv) (iii)で求めた p が $0 < p < 1$ を満たすことを示せ.

(v) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

- $a_1 = \frac{3}{5}$ とする.
- a_n を x 座標とする C 上の点を P_n とし, 点 P_n における法線と x 軸との交点の x 座標を a_{n+1} とする.

このとき, a_n を n の式で表せ.

【以下余白】

