

2014年度

M 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～スに当てはまる数または式を記入せよ。解答は解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$ を因数分解すると、 となる。

(ii) $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\sin \theta \cos \theta$ の値は である。

(iii) 3次方程式 $4x^3 - 23x + 39 = 0$ の解は、 $x =$, , である。

(iv) 関数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} - 3(2^x + 2^{-x}) + 2$ の最小値は である。

(v) 数列 1, 3, 6, 10, 15, 21, … の第 n 項を n の式で表すと である。

(vi) $\frac{1}{2} \log_5 27$, $\log_{125} 9$, $\log_5 \sqrt[4]{27}$ のうち最大のものは であり、最小のものは である。

(vii) 2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の2つの解を α , β とする。 $\alpha - \beta = -4$,

$\alpha^3 - \beta^3 = -28$ であるとき、 $p =$ または , $q =$ である。

(viii) 1個のさいころを2回続けて投げるとき、1回目に出た目より大きい目が2回目に出る確率は である。

Ⅱ. 平面上に三角形OABがあり、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする. このとき, 次の問(i)~(iv)

に答えよ. 解答は解答用紙の所定欄に記入せよ.

(i) 線分ABの中点をCとする. $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ.

(ii) 線分OAを $s:(1-s)$, 線分OBを $t:(1-t)$ に内分した点をそれぞれD, E

とする. $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{EA}$ を $s, t, \vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ. ただし, $0 < s < 1$, $0 < t < 1$

とする.

(iii) 線分DBと線分EAの交点をFとする. $s = \frac{1}{3}$, $t = \frac{2}{3}$ のとき, $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を

用いて表せ.

(iv) (iii)で用いた s, t の値に対し, 線分OFの中点をH, 線分DEを $k:(1-k)$ に

内分した点をGとするとき, H, G, Cが一直線上にあるときの k の値を求めよ.

Ⅲ. $a > 0$ とする. 座標平面上に 2 つの放物線 $C_1: y = x^2 - 2x + 2$ と

$C_2: y = -\frac{1}{2}x^2 + ax - \frac{3}{2}$ がある. 放物線 C_1 上の点 $P(2, 2)$ を通り, 点 P での接

線に直交する直線を l とする. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答は解答用紙
の所定欄に記入せよ.

(i) 直線 l の方程式を求めよ.

(ii) 2 つの放物線 C_1, C_2 が共有点をもたないとき, a の値の範囲を求めよ.

(iii) 直線 l が放物線 C_2 に接しているとき, a の値と接点の座標を求めよ.

(iv) a を (iii) で求めた値としたとき, 直線 l と放物線 C_1, C_2 および y 軸で囲まれ
る部分の面積を S とする. S の値を求めよ.

【以下余白】

