

2015年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～シに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) 式 $(2x + 3y + z)(x + 2y + 3z)(3x + y + 2z)$ を展開したときの xyz の係数は である.

(ii) 実数 x, y が $\frac{i}{1+xi} + \frac{x+2}{y+i} = 0$ を満たすとき, $x =$, $y =$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(iii) 定積分 $\int_{-2}^2 x|x-1|dx$ を求めると である.

(iv) $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 5^{\frac{1}{5}}$ の大小関係は $<$ $<$ である.

(v) 不等式 $(\log_2 x)^2 + \log_2 \frac{x}{2} < 1$ を満たす x の範囲は である.

(vi) 半径1の円に内接する正 n 角形の周の長さは である.

(vii) 座標空間における3点 $A(1, -1, 5)$, $B(4, 5, 2)$, $C(\overset{6}{a}, \overset{9}{b}, 0)$ が一直線上にあるとき, $a =$, $b =$ である.

(viii) 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = kx + 2$ ($k > 0$) が接するとき, その接点の座標は である.

Ⅱ. a と b は 1 以上 5 以下の自然数とし、放物線 $C: y = -x^2 + ax - b$ を定める。このとき、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書きなさい。

(i) 放物線 C が x 軸と相異なる 2 点で交わるような (a, b) の組は何通りあるか求めよ。

(ii) 放物線 C が x 軸と相異なる 2 点で交わり、それらの x 座標がともに整数であるような (a, b) の組は何通りあるか求めよ。

(iii) (ii) のとき、放物線 C と x 軸の 2 つの交点の間の距離の最大値と、そのときの (a, b) の組を求めよ。

(iv) k は自然数であり、直線 $y = kx + 1$ は放物線 C と接している。このときの k の最大値と、 k を最大にする (a, b) の組を求めよ。

Ⅲ．次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える．

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \{3 + (-1)^n\} a_n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

このとき、次の問(i)～(iv)に答えよ．解答欄には、答えだけでなく途中経過も書きなさい．

(i) 奇数番目の項のみからなる数列を $\{b_n\}$ ，偶数番目の項のみからなる数列を $\{c_n\}$ ，

とする．つまり， $b_n = a_{2n-1}$ ， $c_n = a_{2n}$ とする． b_{n+1} ， c_n ， b_n が次の関係式を満たす

とき，定数 A ， B ， C ， D の値をそれぞれ求めよ．

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= Ac_n + B \\ &\quad (n = 1, 2, \dots) \\ c_n &= Cb_n + D \end{aligned}$$

(ii) (i)において c_n を消去し， b_{n+1} を b_n を用いて表せ．

(iii) 数列 $\{b_n\}$ ， $\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ n を用いて表せ．

(iv) 数列 $\{a_n\}$ の第1項から第 $2k$ 項までの和 S_{2k} を k を用いて表せ．

【以下余白】

