

2015年度

M 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) 2つの自然数 p, q が $p^2 + pq + q^2 = 19$ を満たすとき, $p + q =$ ア である.

(ii) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $\sin^2 \theta + \cos \theta - 1$ の最大値は イ であり,

最小値は ウ である.

(iii) $S = \frac{1}{1 + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{45} + \sqrt{49}}$ とすると, S の値は エ である.

(iv) 方程式 $\log_{\sqrt{2}}(2 - x) + \log_2(x + 1) = 1$ の解をすべて求めると, $x =$ オ である.

(v) 等式 $f(x) = x^2 + 3 \int_0^1 f(t) dt$ を満たす関数は, $f(x) =$ カ である.

(vi) 座標空間における4点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$,

$D(x, 4, 5)$ が同一平面上にあるとき, $x =$ キ である.

(vii) 3次方程式 $x^3 - x^2 + ax + b = 0$ の解の1つが $1 + i$ のとき, $a =$ ク,

$b =$ ケ である. ただし, a, b は実数とし, i は虚数単位とする.

(viii) 三角形ABCの辺の長さが $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = 6$ のとき, 三角形ABCの面積は コ である.

Ⅱ. 座標平面上に2つの放物線 $C_1: y = x^2$ と $C_2: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) がある.

この2つの放物線 C_1 と C_2 が $x = -1$ で交わり, その点で各々の接線が直交するとき,

次の問(i)~(iii)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書きなさい.

(i) b, c をそれぞれ a を用いて表せ.

(ii) 2つの放物線 C_1 と C_2 が, さらに $x = \frac{1}{4}$ で交わるときの a の値を求めよ.

(iii) a を(ii)で求めた値とすると, 放物線 C_2 の $x = -1$ での接線 l_1 , $x = \frac{1}{4}$ で

の接線 l_2 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

Ⅲ. 座標平面上の2点P, Qを $P(-1, 2)$, $Q(1, 2)$ とする. 点Aが点 $(1, 0)$ から出発し, 点 $O(0, 0)$ を中心とする半径1の円周C上を次のルールで動くとする.

【ルール】

- 1個のさいころを1回投げて1回の試行とする.
- a の目が出たら, 反時計回りに $a \times 30^\circ$ 回転する.

このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書きなさい.

(i) 三角形PQAの面積が $\frac{3}{2}$ となるようなAの座標をすべて求めよ.

(ii) 三角形PQAが直角三角形となるようなAの座標をすべて求めよ.

(iii) 2回の試行を行う. 2回の試行の後, 三角形PQAが直角三角形となる確率を求めよ.

(iv) 3回の試行を行う. 3回の試行の後, 三角形PQAの面積が $\frac{3}{2}$ となる確率を求めよ.

【以下余白】

