

2016年度

## Z 数 学 問 題

### 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。  
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ.

- (i)  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  を全体集合とする.  $A$  を6の正の約数がつくる部分集合とし,  $A$  の補集合を  $\bar{A}$  とする.  $B$  を9の正の約数がつくる部分集合とし,  $B$  の補集合を  $\bar{B}$  とする.  $\bar{A} \cup B$  の要素を書き並べて表すと ア であり,  $A \cap \bar{B}$  の要素を書き並べて表すと イ である.

- (ii) 等式  $f(x) = -6x + 2 \int_{-1}^2 f(t) dt$  を満たす関数  $f(x)$  は,  $f(x) =$  ウ である.

- (iii) 2次方程式  $x^2 + 2ax + a = 0$  が  $x = -a$  を解として持つときの  $a$  の値をすべて求めると,  $a =$  エ である.

- (iv) 2進法で表された数  $1101011_{(2)}$  を10進法で表すと オ である.

- (v) 複素数  $x = a + bi$  ( $a > 0, b > 0$ ) が  $x^4 = -9$  を満たすとき, 定数  $a =$  カ,  $b =$  キ である. ただし,  $i$  は虚数単位とする.

- (vi)  $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で  $\cos 2\theta - \cos \theta = 0$  を満たす  $\theta$  をすべて求めると,  $\theta =$  ク である.

- (vii) 不等式  $-2 < \log_8 x < \frac{5}{3}$  を解くと,  $\frac{1}{\text{ケ}}$  ケ  $< x <$  コ である. ただし, 空欄に入る数は整数である.

- (viii)  $p, q$  を実数とし,  $q > 4$  とする. 座標平面上の4点  $A(p, q)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(5, 3)$  を頂点とする平行四辺形  $ABCD$  において  $\overrightarrow{DC}$  と  $\overrightarrow{DA}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta =$  サ である.

Ⅱ. 座標平面上における放物線  $C: y = x^2 - 2x + 1$  と直線  $l: y = x$  の2つの交点のう

ち、 $x$  座標の値が小さい方の点を  $A(p, p)$  とする. 直線  $l$  上の点  $B(1, 1)$  と点  $A$  の間にある点  $D(q, q)$  を通り  $y$  軸と平行な直線と放物線  $C$  との交点を  $E$  とし、点  $E$  を通り  $x$  軸と平行な直線と放物線  $C$  とのもう1つの交点を  $F$  とする. このとき、次の問 (i)~(v) に答えよ. 解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i)  $p$  の値を求めよ.

(ii)  $EF$  の長さを  $q$  を用いて表せ.

(iii) 三角形  $DEF$  の面積を  $q$  を用いて表せ.

(iv) 点  $D$  が線分  $AB$  上を動くとき、三角形  $DEF$  の面積が最大となる  $q$  の値を求めよ.

(v)  $q$  が (iv) で求めた値であるときの三角形  $DEF$  の面積を求めよ.

Ⅲ. 6人の学生  $a, b, c, d, e, f$  がいて、学生は3つの部屋  $X, Y, Z$  のいずれかの部屋に必ず入る。それぞれの部屋の最大収容人数は、 $X$  が2人、 $Y$  が3人、 $Z$  が4人である。 $X, Y, Z$  の部屋に入る人数を  $(x, y, z)$  と表す。例えば、 $X$  に1人、 $Y$  に2人、 $Z$  に3人が入るとき、 $(1, 2, 3)$  と表す。このとき、次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i)  $X$  を空き部屋とし、 $Y$  に2人、 $Z$  に4人入るときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (ii)  $X$  が空き部屋のときの、可能な  $(0, y, z)$  の組をすべて求めよ。また、 $X$  が空き部屋のときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (iii)  $X$  に1人だけが入るときの、可能な  $(1, y, z)$  の組をすべて求めよ。また、 $X$  に1人だけが入るときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (iv)  $X$  が満室になり、かつ空き部屋がないときの、可能な  $(2, y, z)$  の組をすべて求めよ。また、 $X$  が満室になり、かつ空き部屋がないときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。
- (v)  $a$  と  $b$  が一緒の部屋にならず、かつ空き部屋があるときの、学生の入り方の場合の数を求めよ。