

2016年度

K 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$ のとき, $\sin \theta \cos \theta =$, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$ である.

(ii) 高さが1の円錐を, 頂点から a の距離で底面に平行な面で上下2つに切断する.
体積が2等分されるのは, $a =$ のときである.

(iii) $\sum_{k=5}^{20} (2k - 7)$ の値は である.

(iv) 多項式 $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ を $x - 4$ で割った余りを A ,

$(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ を $x - 1$ で割った余りを B , $(x - 3)(x - 4)(x - 1)$

を $x - 2$ で割った余りを C とすると, $A + B + C =$ である.

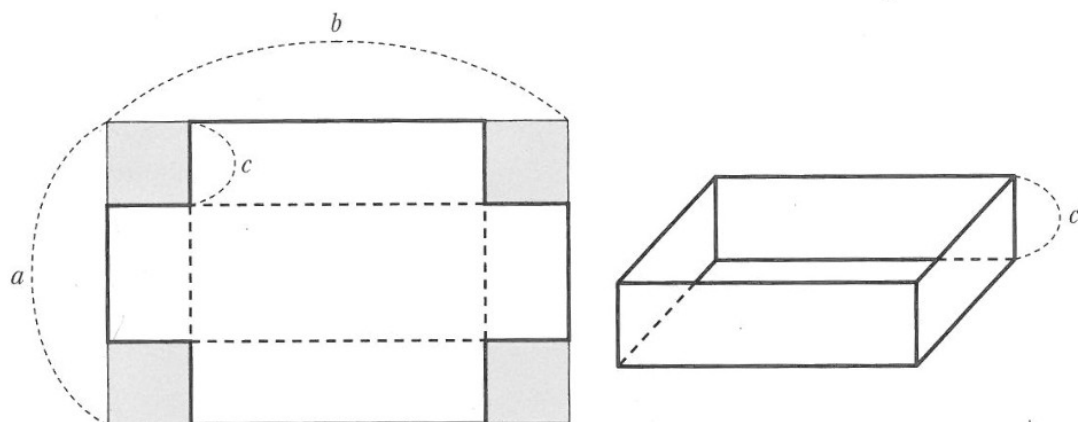
(v) 定積分 $\int_{-2}^5 |x^2 - 9| dx$ の値は である.

(vi) 5人の大人と3人の子どもが, 円形のテーブルの周りに座る. 子ども同士が隣り合わない座り方は全部で 通りある. ただし, 回転して一致するものは同じ座り方とみなす.

(vii) 半透明のガラス板がある. 光がガラス板1枚を通ると, その強さが8割に減る. 光の強さが当初の1割未満となるのは, ガラス板を 枚以上重ねたときである. ただし, 必要であれば $\log_{10} 2 = 0.3010$ を用いよ.

(viii) 1周300 mの池の周りを, Aは徒歩で, Bは自転車で, 同じ地点から同時にスタートし, 同じ方向に回る. 自転車が徒歩の5倍の速さで進むとき, Bが池を1周したあと, Aを初めて追い抜く地点は, スタート地点から進行方向に m進んだ地点である.

- Ⅱ. 図のように辺の長さが a と b である長方形があり, $ab = 1$ とする. この長方形の四隅から, 一辺の長さが c ($0 < c < \frac{1}{2}$) の正方形を切り取り, 残った部分を組み立ててできる直方体の容器の容積を V とする. このとき, 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.



図

- (i) $0 < c < \frac{1}{2}$ を満たす c に対して, a と b が変化するとき, a の値の範囲を c を用いて表せ.
- (ii) 容積 V を, a と c を用いて表せ.
- (iii) a が(i)で求めた範囲にあるとき, V を最大にする a の値と, そのときの V の値を c を用いて表せ.
- (iv) (iii)で求めた V の値を c の関数として $M(c)$ で表す. このとき, $M(c)$ を最大にする c の値と, そのときの $M(c)$ の値を求めよ.

Ⅲ. $AB = 1$ である三角形 OAB において, OA を $1:3$ に内分する点を C , OB を $1:1$ に内分する点を D , AD と BC の交点を P とする. このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ.

解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) $\frac{AP}{AD} = t$ とおくとき, $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, t を用いて表せ.

(ii) (i) で定めた t の値を求めよ.

(iii) OP と AB との交点を E とするとき, $\frac{AE}{EB}$ を求めよ.

(iv) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$, $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ であるとき, OA と OB の長さを求めよ.

(v) (iv) のとき, 三角形 OAB に内接する円の半径 r を求めよ.

【以下余白】

