

2016年度

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) 赤と青の2色を両方とも必ず用いて、正四面体の各面を塗り分ける場合の数は

ア 通りである. ただし、回転して一致する場合は同じものとみなす.

(ii) n を $1 \leq n \leq 16$ を満たす整数とする. $5n$ を 17 で割ったときの余りが 1 となる

とき、 $n =$ イ である.

(iii) $A = \log_4 120 - \log_4 6 - \log_4 10$ を計算すると、 $A =$ ウ である.

(iv) k を実数とし、2次方程式 $x^2 + kx - 1 = 0$ の2つの解を α 、 β とする. 2次

方程式 $x^2 - (k+4)x + 1 = 0$ が2つの解 α^2 と β^2 を持つとき、 k の値をすべ

て求めると、 $k =$ エ である.

(v) a 、 b を実数とする. x の2次式 $f(x)$ が、 $x^2 f'(x) - f(x) = x^3 + ax^2 + bx$

を満たすとき、 $a + b =$ オ である.

(vi) 三角形ABCの辺の長さがそれぞれ $AB = 2$ 、 $BC = 3$ 、 $CA = 4$ のとき、三角形

ABCに内接する円の半径は カ である.

(vii) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ において、 $\tan \theta = 2$ が成り立つとき、 $\cos \theta =$ キ である.

(viii) 曲線 $y = x^3 - x^2 + x + 1$ と曲線 $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 2$ で囲まれた図形の面

積は ク である.

Ⅱ. a を正の整数とし, 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 1, b_2 = a, b_{n+2} = b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. さらに, $n \geq 2$ に対して, 数列 $\{c_n\}$ を

$$c_n = b_{n+1}b_{n-1} - b_n^2 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

と定める.

このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) b_3, b_4, b_5 をそれぞれ a を用いて表せ.

(ii) c_2, c_3, c_4 をそれぞれ a を用いて表せ.

(iii) c_n を b_{n-1} と b_{n-2} を用いて表せ. また, c_{n-1} を b_{n-1} と b_{n-2} を用いて表せ.

(iv) c_n を c_{n-1} を用いて表せ.

(v) 2以上のすべての整数 n について,

$|c_n| = 1$ が成り立つような a をすべて求めよ.

Ⅲ. a を $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ を満たす実数とする. このとき, 関数 $f(x) = |x^2 - 2ax|$ につい

て, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) $a = \frac{1}{4}$ のときの, $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を求めよ.

また, $a = \frac{4}{9}$ のときの, $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を求めよ.

(ii) $f(a) = f(1)$ となる a の値を A とする. このとき, A を求めよ.

(iii) $0 \leq a \leq A$ とする. $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ.

(iv) $A \leq a \leq \frac{1}{2}$ とする. $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ.

(v) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を a の関数として, $M(a)$ で表す.

$0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ における $M(a)$ の最小値を求めよ.