

2016年度

H 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HB**の黒鉛筆または**HB**の黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8**ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で, $\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta = 0$ を満たす θ をすべて求めると

$\theta =$ である.

(ii) 10本のくじのうち当たりくじは n 本である. 同時に2本のくじを引いたとき, 2本ともはずれである確率は $\frac{1}{15}$ であった. このとき, $n =$ である.

(iii) $AB = 20$, $BC = 24$, $AC = 16$ である三角形ABCにおいて, $\angle A$ の二等分線が

BCと交わる点をDとする. このとき, $BD =$ である.

(iv) 頂点が反時計回りにABCDEFである正六角形について, $\overrightarrow{FB} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ と

表したとき, $a =$, $b =$ である. ただし, a と b は実数とする.

(v) $(3+i)(x+yi) = 6+5i$ を満たす実数 x, y を求めると, $x =$,

$y =$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(vi) 直線 l に関して点 $(3, 2)$ と対称な点は $(1, 4)$ である. このとき, 直線 l

の方程式を $ax + by = 1$ とすると, $a =$, $b =$ である.

(vii) 975の正の約数の個数は 個である.

(viii) $-1 \leq x \leq 5$ の範囲で, 関数 $f(x) = \int_{-3}^x (t^2 - 2t - 3) dt$ が最小値をとるのは

$x =$ のときである.

II. a を正の実数とし、数列 $\{a_n\}$ を次で定義する.

$$a_1 = a, a_{n+1} = 1 + \frac{2}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) a_2, a_3, a_4 をそれぞれ分子と分母が a の整式となっている分数式で表せ.

(ii) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = (-1)^n a_1 a_2 \cdots a_n$ により定めるとき、 b_1, b_2, b_3, b_4 をそれぞれ a を用いて表せ.

(iii) b_{n+1} と b_n を用いて b_{n+2} を表せ.

(iv) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = b_{n+1} - b_n$ により定めるとき、 n と a を用いて c_n を表せ.

(v) $a = 1$ のとき、 b_n を n を用いて表せ. また、 a_n を n を用いて表せ.

Ⅲ. 放物線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = kx + k$ ($k > 0$) に対し、放物線 C と直線 l の 2 個の交点を $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ ($a < b$) とする。さらに、点 A における放物線 C の接線を m_1 、点 B における放物線 C の接線を m_2 とする。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) 直線 m_1 の方程式を a を用いて表せ。また、直線 m_2 の方程式を b を用いて表せ。

(ii) a と b をそれぞれ k を用いて表せ。

(iii) 2 つの直線 m_1 と m_2 の交点を $D(p, q)$ とするとき、 p と q のそれぞれを k を用いて表せ。

(iv) 放物線 C と直線 l で囲まれた図形の面積 T を k を用いて表せ。

(v) 2 点 $E(a, q)$, $F(b, q)$ をとる。三角形 AED と三角形 BFD の面積の和 S を k を用いて表せ。また $\frac{S}{T}$ を求めよ。

【以下余白】

