

2017年度

E 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき, $\sin 2\theta = \boxed{\text{ア}}$, $\tan 2\theta = \boxed{\text{イ}}$ で

ある.

(ii) 座標空間における3点O, A, Bを $O(0, 0, 0)$, $A(1, 1, 1)$,

$B(-1, 3, 0)$ とし, 点Cは $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ を満たすとする. BCの中点をD,

ODとABの交点をPとするとき, 線分OPの長さは $\boxed{\text{ウ}}$ である.

(iii) 座標平面上で, 2直線 $y = x - 1$ と $y = -\frac{3}{2}x + 2$ の交点と点 $(1, 1)$ を通

る直線を $y = ax + b$ とするとき, $a = \boxed{\text{エ}}$, $b = \boxed{\text{オ}}$ である.

(iv) 座標平面上にある曲線 $y = x^3 - x^2 + x + 1$ 上の点 (p, q) における接線が原

点を通るとき, $q = \boxed{\text{カ}}$ である.

(v) 1, 2, 3, 4, 5, 6の6個の数字のうち, 異なる3個を用いて3桁の数字をつ

くる. このとき423は小さい方から数えて $\boxed{\text{キ}}$ 番目となる.

(vi) 斜辺の長さが13, 残りの2辺のうちの1辺の長さが5である直角三角形の内接円の

半径は $\boxed{\text{ク}}$ である.

(vii) $\int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx$ の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である.

(viii) $\left(\frac{9}{10}\right)^n < \frac{1}{3}$ となる整数 n のうちの最小のものを n_0 とするとき, $n_0 = \boxed{\text{コ}}$

である. ただし, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする.

Ⅱ. p, r は正の実数とする. 座標平面上に x 軸に接する 3 つの円

$$C_1: (x - 2\sqrt{p})^2 + (y - p)^2 = p^2$$

$$C_2: (x - 2\sqrt{r})^2 + (y - r)^2 = r^2$$

$$S: x^2 + (y - r)^2 = r^2$$

があり, 3 つの円 C_1, C_2, S のそれぞれの中心を D, E, F とする. このとき, 次の問

(i) ~ (v) に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) C_1 と S が外接するとき, r の値を求めよ.

(ii) (i) のとき, さらに C_1 と C_2 が外接しているとする. このとき, p の値を求めよ.

(iii) p と r が (i), (ii) で求めた値のとき, C_1 と S の接点 G の座標を求めよ.

(iv) p と r が (i), (ii) で求めた値のとき, C_1 と C_2 の接点 H の座標を求めよ.

(v) p と r が (i), (ii) で求めた値のとき, 四角形 $EFGH$ の面積を求めよ.

Ⅲ. x^3 の係数が 1 である 3 次式 $Q(x)$ は, $x - 1$ で割ると余りが -1 , $x - 2$ で割ると余りが 8 となる. このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) $Q(x)$ を $(x - 1)(x - 2)$ で割った余りを求めよ.

(ii) $Q(-1) = -1$ のとき, $Q(x)$ を求めよ.

(iii) (ii) で求めた $Q(x)$ に対して, 3 次式 $P(x)$ は $P(x^2) = P(x)Q(x) + 2x$ を満たす. このとき, $P(0)$, $P(1)$, $P(-1)$ の値を求めよ.

(iv) $P(x)$ が (iii) の条件を満たすとき, $P(x)$ を $x(x - 1)(x + 1)$ で割った余りを求めよ.

(v) $P(x)$ が (iii) の条件を満たすとき, $P(x)$ を求めよ.

【以下余白】

