

2017年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) 2つの自然数 19343 と 4807 の最大公約数は である.

(ii) $\sqrt{8}$ の小数部分を a , $\sqrt{2}$ の小数部分を b とする. p, q を有理数として,

$a^2 - 3b^2 = p + q\sqrt{2}$ と表すとき, $p =$, $q =$ である.

(iii) x と y を実数, i を虚数単位とすると, 等式 $yi - y = -x^3 + x + xi - 4i$

を満たす y の値は である.

(iv) 11^{10} の百の位の数 である.

(v) $4^x - 2^x - 56 = 0$ を満たす実数 x の値は である.

(vi) 座標空間において, 中心が点 (a, a, a) である球面が xy 平面に接し, かつ

点 $(1, 2, 1)$ を通るとき, a の値は または である.

(vii) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき, $\frac{2 \sin x}{3 \cos x} + \frac{3 \cos x}{4 \sin x}$ の最小値は である.

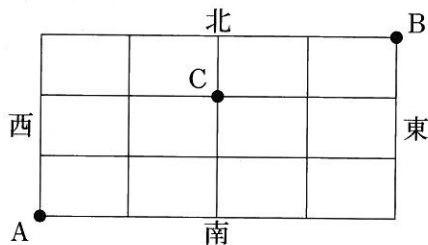
(viii) 右の図のように, 東西に 4 本, 南北に 5 本

の道がある. A から B へ行く最短距離の道順

は 通りあり, A から出発して C を

通ってから B へ行く最短距離の道順は

通りある.



Ⅱ. 座標平面上に放物線 $C_1: y = x^2 + 1$ と放物線 $C_2: y = \frac{1}{t^2}x^2 + t^2$ がある. ただし,

$t > 1$ とする. a, b を正の実数とし, C_1 上の点 $A(a, a^2 + 1)$ における C_1 の接線を

l_1 , C_2 上の点 $B\left(b, \frac{b^2}{t^2} + t^2\right)$ における C_2 の接線を l_2 とする. このとき, 次の問(i)

～(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) 直線 l_1 と直線 l_2 の方程式をそれぞれ求めよ.

(ii) 直線 l_1 と直線 l_2 が一致するとき, 点Aの座標を求め, 点Bの座標を t を用いて表

せ. また, この一致した直線を l とするとき, l の方程式を求めよ.

(iii) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の交点のうち, x 座標が正である点をMとする. 点Mの

座標を t を用いて表せ.

(iv) (iii)で求めた点Mを通り y 軸に平行な直線を m とする. 直線 m と放物線 C_1 お

よび(ii)で求めた直線 l とで囲まれた図形の面積 S を t を用いて表せ.

(v) $S = \frac{8}{3}$ のときの t の値を求めよ.

Ⅲ. 数列 $\{a_n\}$ と、その初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が次を満たすとする.

$$S_{n+2} - 6S_{n+1} + 8S_n = -2 \quad (n \geq 1)$$

$$a_1 = 1, a_2 = 3$$

このとき、次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) S_3 と a_3 の値をそれぞれ求めよ.

(ii) $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ を利用し、 a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ.

(iii) $a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta (a_{n+1} - \alpha a_n)$ かつ $a_{n+2} - \beta a_{n+1} = \alpha (a_{n+1} - \beta a_n)$ となる定数

α, β をそれぞれ求めよ. ただし、 $\alpha < \beta$ とする.

(iv) α, β が(iii)で求めた値であるとき、 $a_{n+2} - \alpha a_{n+1}$ と $a_{n+2} - \beta a_{n+1}$ をそれぞれ n を用いて表せ.

(v) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

【以下余白】

