

2018年度

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) a を正の数とする. 2次方程式 $x^2 - ax + 1 = 0$ が $p - q = 1$ を満たす実数解

p と q を持つとき, $a =$, $p =$ である.

(ii) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ のとき, $\sin 2\theta$ の値は であり, $\cos 2\theta$ の

値は である.

(iii) 座標平面上の原点 O と 2 点 $(2, 4)$, $(-3, 3)$ を頂点とする三角形の面積は

である.

(iv) $\frac{1}{5 - \sqrt{19}}$ の整数部分を α , 小数部分を β とするとき, $\alpha - 6\beta =$ である.

(v) 2028 の正の約数の個数は全部で 個である.

(vi) 方程式 $\log_2(x - 1) + \log_2(2x + 1) = 1$ の解は $x =$ である.

(vii) 5 人の大人 A, B, C, D, E と 3 人の子ども a, b, c が 1 列に並ぶとき, 両端

が大人となり, かつ子ども 3 人が続くような並び方は 通りである.

(viii) 関数 $f(t)$ が等式 $\int_a^x f(t) dt = 3x^2 - 12x + 12$ を満たすときの a の値は

である.

Ⅱ. 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = 2$, $a_2 = 5$, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たしているとする. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) a_3 と a_4 の値をそれぞれ求めよ.

(ii) すべての自然数 n について $a_{n+2} - a_{n+1} = c(a_{n+1} - a_n)$ を満たす定数 c を求めよ.

(iii) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とするとき, b_n を n を用いて表せ.

(iv) $n \geq 2$ のとき, $\sum_{k=1}^{n-1} b_k$ を求めよ.

(v) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

Ⅲ. 座標平面上に2つの放物線 $C_1: y = x^2 - 1$, $C_2: y = -(x - t)^2 + 1$ がある. ただし, $-2 < t < 2$ とする. このとき, C_1 と C_2 は異なる2つの共有点を持つ. その共有点の x 座標を α , β ($\alpha < \beta$) とする. 次の問(i)~(iv)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$, $\beta - \alpha$ を t を用いてそれぞれ表せ.

(ii) $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ を t を用いて表せ.

(iii) C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積 S を t を用いて表せ.

(iv) (iii)で求めた面積 S の最大値とそのときの t の値をそれぞれ求めよ.

【以下余白】

