

2018年度

K 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～セに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) $a = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ のとき, $a + \frac{1}{a} = \boxed{\text{ア}}$ であり, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \boxed{\text{イ}}$ である.

(ii) x を正の数とする. $\log_x 64 = 0.75$ のとき, $x = \boxed{\text{ウ}}$ である.

(iii) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, x)$, $\vec{b} = (3, -2)$ について, $\vec{a} + 2\vec{b}$ と $3\vec{a} - \vec{b}$ が
平行であるとき, $x = \boxed{\text{エ}}$ である.

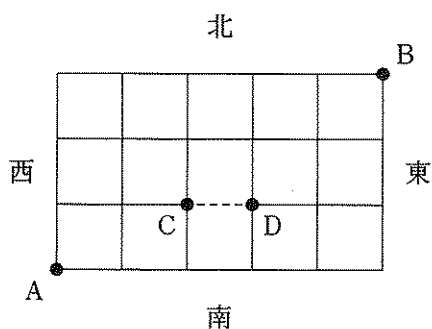
(iv) 3辺の長さがそれぞれ $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 7$ である三角形 ABC において,
 $\angle ABC = \theta$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) とするとき, $\theta = \boxed{\text{オ}}$ である.

(v) 定数 a は $a < 1$ を満たすとする. 関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ が極
小値 0 をとるとき, $a = \boxed{\text{カ}}$ である.

(vi) $a_1 = 1$ とし, また自然数 n に対して $4a_n + 1$ を 3 で割った余りを a_{n+1} と定める.
この数列 $\{a_n\}$ において, $a_2 = 2$, $a_3 = \boxed{\text{キ}}$, $a_4 = \boxed{\text{ク}}$, $a_{2018} = \boxed{\text{ケ}}$
である.

(vii) 実数を係数とする 4 次式 $f(x) = x^4 + px + q$ に対して, 方程式 $f(x) = 0$ は
 $x = -1$ を重解に持ち, また $x = 1 - \sqrt{2}i$ を解に持つ. このとき, $f(x) = 0$ の
残りの解を実数 a , b を用いて $x = a + bi$ と表すとき, $a = \boxed{\text{コ}}$, $b = \boxed{\text{サ}}$
であり, また $p = \boxed{\text{シ}}$, $q = \boxed{\text{ス}}$ である. ただし, i は虚数単位とする.

- (viii) 図のように東西に4本、南北に6本の道路がある。このうち、C地点とD地点を結ぶ区間は工事中のため通行することができない。このとき、最短距離でA地点からB地点へ行く道順は全部で 通りである。



Ⅱ. 原点を O とする座標平面上の円 $C: x^2 + y^2 = 1$ 上に点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

がある. 点 P における円 C の接線を l とし, l と x 軸の交点を A , l と y 軸の交点を B とする. 線分 OA の長さと線分 OB の長さの和を L とおき, また, $t = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$ とおく. このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) 点 A と点 B の座標を $\cos \theta$, $\sin \theta$ を用いてそれぞれ表せ.

(ii) t の値の範囲を求めよ.

(iii) L^2 を t を用いて表せ.

(iv) L が最小となるときの L の値とそのときの点 P の座標をそれぞれ求めよ.

Ⅲ. m, n を整数とする. 原点を O とする座標平面上の点 $A(m, n)$ は次の条件(1),
(2)を満たしている.

$$(1) \quad 1 \leq m \leq 3$$

$$(2) \quad m^2 - 2m - 1 \leq n \leq 2$$

点 A と点 $B(0, 1)$ を通る直線 $AB: y = kx + 1$ と放物線 $C: y = x^2 - 2x - 1$ の異なる2つの共有点を P, Q とし, P, Q の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とおく. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) 点 A が $(2, n)$ であるとき, n の値をすべて求めよ.

(ii) $k = -1$ となるような点 A の座標をすべて求めよ.

(iii) $\alpha + \beta$ を k を用いて表せ.

(iv) 三角形 OPQ の面積を S とおく. S^2 を k を用いて表せ.

(v) (iv) で定めた S が最小となるとき, k の値を求めよ.

【以下余白】

