

2018年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ソに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) a と b が有理数である 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解の 1 つを $x = 2 - \sqrt{3}$

とする. このとき, $a =$, $b =$ である.

(ii) 3 次式 $2x^3 + ax + b$ を $(x - 1)^2$ で割った余りが -3 となるとき, $a =$,

$b =$ である.

(iii) n は自然数であり, $n + 3$ は 5 の倍数, $n + 5$ は 3 の倍数である. このような n

のうち, 100 以下で最大の数は $n =$ である.

(iv) 複素数 $z = \frac{5 + 12i}{13}$ について, z と共役な複素数を $\bar{z}$ で表す. このとき,

$z\bar{z} =$ である. また実数 a と b を用いて $z^2 + \frac{1}{z^2} = a + bi$ と表すとき,

$a =$, $b =$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(v) 三角形 ABC において, 辺 BC, CA を 1:2 に内分する点をそれぞれ D, E とし,

線分 AD と線分 BE の交点を P とする. 実数 s, t を用いて, $\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と

表すとき $s =$, $t =$ である.

(vi) 袋の中に 1, 2, 3, 4, 5 と番号をつけた 5 個の玉が入っている. この中から玉

を 2 個取り出すとき, その和が奇数となる確率は であり, その積が偶数と

なる確率は である.

(vii) 関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ が

$$f(1) = 1, \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = 0$$

を満たすとき, $a =$, $b =$ である.

(viii) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 6n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の

一般項は $a_n =$ である.

Ⅱ. s と t を異なる実数とする. 2つの2次方程式

$$x^2 - tx + s = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 - sx + t = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

が共通の解を持つとき, 次の問(i)~(vi)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

- (i) 2つの2次方程式の共通解を $x = c$ とするとき, c を求めよ.
- (ii) s を t を用いて表せ.
- (iii) 方程式①について, c とは異なる解を a とおくとき, a を t を用いて表せ.
- (iv) 方程式②について, c とは異なる解を b とおくとき, b を t を用いて表せ.
- (v) $a^2 + b^2 + c^2$ を, t を用いて表せ.
- (vi) (v)で求めた式を $f(t)$ とおくとき, $f(t)$ の最小値を求めよ.

これらの問題については、問題設定が不適切で解答不可能なため、全員正解とすると大学から公表されています。

Ⅲ. O を原点とする座標平面上に, 4 点 $A(2, 5)$, $B(5, -1)$, $C(5, 3)$, $P(a, b)$

があり, 点 P は等式 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC}$ を満たしている. さらに異なる 2 点 Q, Q' があり,

$$|\overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OQ'}| = \sqrt{5}, \quad \overrightarrow{OQ} \perp \overrightarrow{OP}, \quad \overrightarrow{OQ'} \perp \overrightarrow{OP}$$

を満たす. ただし, 点 Q の x 座標は正とする. このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ.

解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) 点 P の座標 (a, b) を求めよ.

(ii) 点 Q と点 Q' の座標をそれぞれ求めよ.

(iii) 3 点 Q, Q', A を通る円の方程式を

$$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$$

と表すとき, 定数 l, m, n をそれぞれ求めよ.

(iv) (iii) で求めた円と, 線分 QQ' の垂直二等分線とのすべての交点の座標を求めよ.

(v) 点 T が (iii) で求めた円の上にあるとき, 三角形 QQ'T の面積の最大値を求めよ.

【以下余白】

