

2018年度

S 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～クに当てはまる数または式を記入せよ.

(i) k は定数とする. 座標平面上の直線 $(3k+1)x - (2k+4)y - 10k + 10 = 0$

は, k の値に関係なく定点を通る. その定点の座標は $(x, y) =$ ア である.

(ii) $\sqrt{1260n}$ が自然数になるような自然数 n のうち, 小さい方から2番目の数は

イ である.

(iii) 2次方程式 $2x^2 - 4x - 5 = 0$ の2つの解を α, β とするとき,

$\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 =$ ウ である.

(iv) 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 2$ を満たす x の範囲は エ である.

(v) 第3項が6, 第6項が162で, 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ がある. この数列の

一般項は $a_n =$ オ である.

(vi) 関数 $f(x) = \int_0^x (3t^2 + 2t - 1) dt$ の極小値は カ である.

(vii) a, b を実数とし, $z = a + bi$ とする. $z^2 = 7 + 24i$ となる組 (a, b) をすべて

求めると, $(a, b) =$ キ である. ただし, i は虚数単位とする.

(viii) A, B, C, D, X, Xの6文字を1列に並べるとき, 例えばAXBCXDのように,

A, B, C, Dがこの順にあらわれる並べ方は ク 通りある. ただし, 2つの

Xは区別しないものとする.

Ⅱ. $t > 0$ とする. 座標平面において, 曲線 $C: y = 2x^3 + 1$ 上の点 $P(t, 2t^3 + 1)$

における接線を l とし, 直線 l と曲線 C のもう1つの共有点を Q とする. 曲線 C の点 Q における接線を m とし, 直線 l と直線 m のなす角の大きさを θ とする. ただし, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ である. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) 直線 l の方程式を $y = ax + b$ とするとき, a, b を t を用いてそれぞれ表せ.

(ii) 点 Q の x 座標を t を用いて表せ.

(iii) 直線 m の傾きを t を用いて表せ.

(iv) $\tan \theta$ を t を用いて表せ.

(v) θ が最大になるときの t の値を求めよ.

Ⅲ. 平面上の5点O, A, B, C, Pに対して, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$ と

する. これらのベクトルは, 以下の条件をすべて満たしている.

- $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2$
- $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は垂直である.
- $\vec{a}$ と $\vec{c}$ のなす角は $\frac{\pi}{6}$ である.
- $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角は $\frac{\pi}{3}$ である.
- $\vec{p} = \vec{a} + \vec{c}$

また, $\angle OBP = \theta$ とする. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと.

(i) $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ となるような実数 x, y の値をそれぞれ求めよ.

(ii) $\overrightarrow{BO}$ と $\overrightarrow{BP}$ の内積を求めよ.

(iii) $\cos^2 \theta$ の値を求めよ.

(iv) $\cos 2\theta$ の値を求めよ.

(v) θ の値を求めよ.

【以下余白】

