

2019年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～サに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 等式 $2ax(3x+8) + 3bx(x+2) - 3(3x+8)(x+2) = 18x^2 - 12x - 48$ が

x についての恒等式となるように定数 a, b を定めると, $a = \boxed{\text{ア}}$,

$b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\sum_{k=1}^n \frac{2}{(2k-1)(2k+1)}$ を n の式で表すと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(iii) 三角形ABCにおいて, $AB=5$, $BC=4$, $AC=6$ である。このとき, 内積

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(iv) 曲線 $C: y = 3x^3 + 6x^2 - 2x$ と直線 $y = x + 6$ の共有点のうち, x 座標が最も

大きい点をPとする。曲線 C のPにおける接線の方程式を, 定数 a, b を用いて

$y = ax + b$ と表せば, $a = \boxed{\text{オ}}$, $b = \boxed{\text{カ}}$ である。

(v) $0 < \theta < \frac{\pi}{8}$ の範囲で, $\sin 8\theta = \sin 7\theta$ となる θ は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vi) 整式 $x^3 + ax^2 + bx + 10$ は, $x+5$ で割り切れ, $x-1$ で割ると4余る。この

とき, $a = \boxed{\text{ク}}$, $b = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(vii) 正の数 x, y が $xy = 16$ を満たすとき, $(\log_2 x)^3 + (\log_2 y)^3$ の最小値は

$\boxed{\text{コ}}$ である。

(viii) 放物線 $y = x^2 - 2$ と直線 $y = x$ で囲まれた図形のうち, $x \leq 0$ の部分の面積を

S , $x \geq 0$ の部分の面積を T とする。このとき, $\frac{S}{T} = \boxed{\text{サ}}$ である。

Ⅱ．白玉，赤玉，青玉，黄玉，緑玉の5色の玉がある。箱Aにはこれら5色の玉をそれぞれ1個ずつ入れてあり，箱Bにもこれら5色の玉をそれぞれ1個ずつ入れてある。箱Cにはこれら5色の玉をそれぞれ2個ずつ入れてある。このとき，次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) 箱A，箱Bからそれぞれ1個ずつ玉を取り出すとき，どちらか1個だけが白玉である確率を求めよ。
- (ii) 箱A，箱Bからそれぞれ1個ずつ玉を取り出すとき，2個の玉が同じ色である確率を求めよ。
- (iii) 箱Cから玉を同時に2個取り出すとき，2個の玉が同じ色である確率を求めよ。
- (iv) 箱Cから玉を同時に5個取り出すとき，取り出した玉の色が5種類である確率を求めよ。
- (v) 箱Cから玉を同時に5個取り出すとき，取り出した玉の色が4種類である確率を求めよ。

Ⅲ. 座標平面上に4点 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(5, 4)$, $C(0, 4)$ を頂点とする長方形 $OABC$ がある。辺 AB 上に点 $P(5, p)$, 辺 BC 上に点 $Q(q, 4)$ をとる。ただし,
 $0 < p < 4$, $0 < q < 5$ とする。また, 3点 O , P , Q を頂点とする三角形 OPQ の面積
を S とし, $\angle POQ = \theta$ とする。このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には,
答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) S を p, q を用いて表せ。
- (ii) $S = 9$ のとき, p を q を用いて表せ。
- (iii) $S = 9$ のとき, q の値の範囲を求めよ。
- (iv) $S = 9$ のとき, $\frac{1}{\sin \theta}$ を q を用いて表せ。
- (v) $S = 9$ のとき, $\sin \theta$ の最大値と, そのときの q の値をそれぞれ求めよ。

【以下余白】

