

D 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^8$ の展開式における x^4 の係数は ア である。

(ii) A, B は自然数とする。 $\sqrt{28 - 12\sqrt{5}} = \sqrt{A} - \sqrt{B}$ であるとき、 $A =$ イ ,

$B =$ ウ となる。

(iii) 不等式 $4 \cdot 4^x + 2^{x+4} + 3 \cdot 2^x - 5 \leq 0$ を満たす実数 x の範囲は、 $x \leq$ エ

である。

(iv) $a, 1, a^2$ がこの順で等差数列である。公差が 0 でないとき、 $a =$ オ である。

(v) $f(a) = \int_0^a \{|x-2| + x-4\} dx$ とする。ここで、 $a > 2$ のとき、

$f(a) =$ カ である。

(vi) 14351 と 14803 の最大公約数は キ である。

(vii) 各辺の長さが $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $AC = 1$ である三角形 ABC において、 $\angle A$

の外角の二等分線と直線 BC との交点を D とする。このとき、線分 CD の長さは

ク である。

(viii) 数直線上で、原点を出発点として点 P を動かす。1 枚のコインを投げて、表が出

たときは正の向きに 1 だけ進む、裏が出たときは負の向きに 1 だけ進む。コインを

6 回投げたとき、点 P がちょうど原点にもどる確率は ケ である。

Ⅱ. 点Oを原点とする座標平面上に, 3点A(2, 0), B(0, 2),

$P(\sqrt{6}\cos\theta, \sqrt{6}\sin\theta)$ がある。ここで, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。このとき, 次の問(i)

～(v)に答えよ。解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ を θ を用いてそれぞれ成分表示せよ。

(ii) 3点O, B, Pを頂点とする三角形OBPの面積を θ を用いて表せ。

(iii) $\angle APB$ が直角のとき, $\sin\theta + \cos\theta$ の値を求めよ。

(iv) $\angle APB$ が直角のとき, 4点O, A, P, Bを頂点とする四角形OAPBの面積を求めよ。

(v) $\angle APB$ が直角のとき, θ の値を求めよ。

Ⅲ. $a > 0$ とする。座標平面上に曲線 $C: y = x^3 - 3x^2$ がある。 C 上の点 $A(a, a^3 - 3a^2)$

における C の接線を l とし、点 $B(-a, -a^3 - 3a^2)$ における C の接線を m とする。2つの接線 l, m の交点を P とする。このとき、次の問(i)～(iv)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) l, m の方程式を a を用いてそれぞれ表せ。

(ii) P の座標を a を用いて表せ。

(iii) a が $a > 0$ の範囲で変化するとき、 P の y 座標の最大値、およびそのときの a の値をそれぞれ求めよ。

(iv) C の接線のうち P を通るものが l, m のみであるような a の値をすべて求めよ。

【以下余白】

