

2019年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 式 $(x-1)(x+3)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$ の x^3 の項の係数は ア

である。

(ii) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする。 $\sin \theta \tan \theta = -\frac{3}{2}$ のとき、 $\theta =$ イ である。

(iii) $\int_1^3 |x^2 - 5x + 6| dx =$ ウ である。

(iv) 2 直線 $x - y + 2 = 0$, $2x + y - 2 = 0$ の交点を通り、点 $(2, 1)$ を通る直線

の方程式を定数 a, b を用いて $x + ay + b = 0$ と表すと、 $a =$ エ,

$b =$ オ である。

(v) a, b, c を正の数とする。実数 x, y, z が $a^{3x} = b^{3y} = c^{3z} = 27$ を満たすとき、

$9^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ を a, b, c を用いて表すと カ である。

(vi) 面積が 1 である三角形 ABC の辺 AB を 1 : 1 に内分する点を D, 辺 BC を 1 : 2 に

内分する点を E, 直線 AE と直線 CD の交点を F, 直線 BF と直線 AC の交点を G と

する。このとき、三角形 CFG の面積は キ である。

(vii) a は定数で、 $a > 0$ とする。ある実数 x について $x^2 + (a + i)x - (6 + ai) = 0$

が成り立つのは $a =$ ク のときである。ただし、 i は虚数単位とする。

(viii) ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に対して、 $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{b}$ とする。 $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 3$,

$\vec{p} \cdot \vec{q} = -2$ であるとき、 $|\vec{a}| =$ ケ である。

Ⅱ. $a > 0$ とする。原点を O とする座標平面上に放物線 $C: y = x^2$ がある。 C 上の点 $A(a, a^2)$ における C の接線を l , A を通り l と垂直な直線を m とする。また, m と C の共有点のうち, A と異なる点を B とする。このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ。

解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) l の方程式を a を用いて表せ。

(ii) m の方程式を a を用いて表せ。

(iii) B の座標を a を用いて表せ。

(iv) a が $a > 0$ を満たして変化するとき, 線分 AB を $4:5$ に内分する点 P の y 座標の最小値と, そのときの a の値をそれぞれ求めよ。

(v) a が (iv) で求めた値のとき, m と y 軸の交点を Q とする。線分 OQ , 線分 AQ と C で囲まれた図形の面積を求めよ。

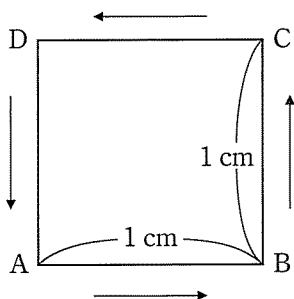
Ⅲ. 図のような 1 辺の長さが 1 cm の正方形 ABCD がある。1 個のさいころを投げ、次の規則にしたがって、点 P が正方形 ABCD の周上を移動するものとする。

- 1 の目が出たとき、点 P は正方形の周上を反時計周りに 1 cm 移動する。
- 2 の目が出たとき、点 P は正方形の周上を反時計周りに 2 cm 移動する。
- 3 の目が出たとき、点 P は正方形の周上を反時計周りに 3 cm 移動する。
- 4, 5, 6 の目が出たとき、点 P は正方形の周上を反時計周りに 4 cm 移動する。

最初に P は A にある。さいころを n 回投げて、P が移動した後、A, B, C, D 上にある確率を、それぞれ a_n, b_n, c_n, d_n とする。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。

解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) a_1, b_1, c_1 の値をそれぞれ求めよ。また $a_1 + b_1 + c_1 + d_1$ の値を求めよ。
- (ii) a_2, b_2, c_2 の値をそれぞれ求めよ。また $a_2 + b_2 + c_2 + d_2$ の値を求めよ。
- (iii) a_3, b_3 の値をそれぞれ求めよ。
- (iv) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (v) a_n を n を用いて表せ。



【以下余白】

