

〇 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～スに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 放物線 $y = 3x^2 + 6x + 2$ を x 軸方向に 2, y 軸方向に -1 だけ平行移動し

た放物線の方程式を定数 a, b, c を用いて $y = ax^2 + bx + c$ と表せば,

$a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$, $c = \boxed{\text{ウ}}$ となる。

(ii) $\sqrt{6} + 3$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, $a^2 + b^2$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ で

ある。

(iii) 3 次式 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d は定数) が, $0 \leq \theta < 2\pi$ に

において常に $P(\cos \theta) = \cos 3\theta$ を満たすならば, $a = \boxed{\text{オ}}$, $b = \boxed{\text{カ}}$,

$c = \boxed{\text{キ}}$, $d = \boxed{\text{ク}}$ である。

(iv) $\log_4(3x - 2) = \log_{16}(6x^2 - 9x + 10)$ のとき $x = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(v) 当たりくじを含んだ 12 本のくじから同時に 2 本のくじを引くとき, 2 本とも当た

りくじである確率は $\frac{6}{11}$ であるとする。このとき, 当たりくじの本数は $\boxed{\text{コ}}$ 本

である。

(vi) 実数 x に対して $f(x) = \int_0^x (t^2 + t) dt$ とするとき, $f(x)$ の極大値と極小値の

差は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(vii) 座標空間の 3 点 $A(2, 3, 5)$, $B(0, 4, 4)$, $C(3, 4, 7)$ に対して, $\overrightarrow{AB}$ と

$\overrightarrow{AC}$ のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とするとき, $\theta = \boxed{\text{シ}}^\circ$ である。

(viii) n を自然数とする。4 個の値 $5, n + 3, n - 1, 2n + 1$ からなるデータの標

準偏差が $\sqrt{21}$ であるとき, $n = \boxed{\text{ス}}$ である。

Ⅱ. t は実数で, $-1 < t < 1$ とする。座標平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, 2)$ を頂点とする三角形 OAB およびその内部を領域 D とする。3点 $P(t, 0)$, $Q(t+1, 0)$, $R(t, 2)$ を頂点とする三角形 PQR およびその内部を領域 E とし, D と E に共通する部分の面積を $S(t)$ とする。また, 直線 OB と直線 QR の交点を T とする。このとき, 次の問 (i) ~ (iv) に答えよ。解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) T の座標を t を用いて表せ。

(ii) D と E に共通する部分が三角形となる t の範囲を求めよ。また, そのときの $S(t)$ を t の式で表せ。

(iii) D と E に共通する部分が三角形とならない t の範囲を求めよ。また, そのときの $S(t)$ を t の式で表せ。

(iv) $S(t)$ の最大値とそのときの t の値をそれぞれ求めよ。

Ⅲ. 次のように区画に分けられた、有理数からなる数列（群数列）がある。自然数 m に対して、第 m 番目の区画に含まれる m 個の項を第 m 群とよぶ。

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{3}{1} & | & \frac{3}{2}, \frac{5}{2} & | & \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{3} & | & \dots & | & \frac{3}{m}, \frac{5}{m}, \dots, \frac{2m+1}{m} & | & \dots \\ \text{第 1 群} & & \text{第 2 群} & & \text{第 3 群} & & & & \text{第 } m \text{ 群} & & \end{array}$$

このとき、次の問 (i)～(v) に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) 第 1 群から第 m 群までに含まれる項の総数を m を用いて表せ。
- (ii) 第 m 群に含まれる項の和を A_m とする。 A_m を m を用いて表せ。
- (iii) (ii) の A_m に対して、 $A_1 + A_2 + \dots + A_m$ を m を用いて表せ。
- (iv) 第 40 項は第何群に含まれるかを求めよ。また、初項から第 40 項までの和を S_{40} とするとき、 S_{40} の値を求めよ。
- (v) 初項から第 n 項までの和を S_n とする。 $S_n \leq 50$ を満たす最大の自然数 n を求めよ。

【以下余白】

