

Y_a 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ・Ⅱとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. s を 1 でない正の数とし, t を正の数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, OA の中点を M , OB を $2:1$ に内分する点を N , AC を $s:1$ に内分する点を S , BC を $t:1$ に内分する点を T とする. また, 3 点 M, N, T を通る平面を H とする. 以下, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする. このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ. 解答欄には, 答えだけではなく途中経過も書くこと. ただし, 空間における任意のベクトル $\vec{v}$ が 3 つの実数 x, y, z を用いて $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ の形にただ 1 通りに書けることは, 証明せずに用いて良い.

(i) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$ および $\vec{a} \cdot \vec{a}$ の値をそれぞれ求めよ.

(ii) $\overrightarrow{OT}$ を $\vec{b}, \vec{c}$ および t を用いて表せ.

(iii) $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{NT}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ および t を用いて表せ.

(iv) $\angle MNT = 90^\circ$ であるとき, t の値を求めよ.

(v) $\angle MNT = 90^\circ$ であり, かつ S が H 上にあるとする. このとき s の値を求めよ.

II. 座標平面上に3点A(1, 0), B(-1, 0), $P(\cos \theta, \sin \theta)$ がある. ただし, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする. 2点B, Pを通る直線を l , y 軸と l との交点をQ, 2点A, Qを通る直線を m とする. Pを通り y 軸に平行な直線を n とし, n と m との交点をR, x 軸と n との交点をSとおく. さらに, 線分PRの中点をTとする. このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ. 解答欄には, 答えだけではなく途中経過も書くこと.

(i) l の方程式を求めよ.

(ii) Tの y 座標を θ を用いて表せ.

(iii) Tの x 座標を t とおく. Tの y 座標を t を用いて $y = \sqrt{F(t)}$ の形に書き表すとき, $F(t)$ を求めよ.

(iv) Tの x 座標を t とおく. θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, 三角形QSTの面積が最大となるときの t の値を求めよ.

(v) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, Tが描く曲線を C とする. C , x 軸および y 軸で囲まれる領域を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ.

【以下余白】

