

2020年度

I 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～ケに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) 実数 a, b, c が $a + b + c = 0$, $abc \neq 0$ を満たすとき,

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = \boxed{\text{ア}} \text{ である。}$$

(ii) $27^{-\frac{3}{4}} \times 27^{\frac{1}{12}}$ を既約分数で表すと $\boxed{\text{イ}}$ である。

(iii) 図のような 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードがある。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

これら 9 枚のカードから同時に取り出した 3 枚のカードの数字の和が奇数になる確率は

$\boxed{\text{ウ}}$ である。

(iv) 座標平面において、2 直線 $x + 2y - 4 = 0$, $-3x + 4y + 1 = 0$ のなす角を θ とする

とき、 $\cos \theta = \boxed{\text{エ}}$ である。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(v) 座標平面において、2 つの円 $x^2 + y^2 = 9$, $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$ の 2 つの

共有点の中点の x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(vi) x, y を実数とする。 $x^2 + y^2 = 1$ のとき、 $2x + y$ の最大値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(vii) a, b を実数とする。3 次方程式 $x^3 + ax^2 + 8x + b = 0$ が $1 + i$ を解に持つと

すると、 $a = \boxed{\text{キ}}$, $b = \boxed{\text{ク}}$ である。ただし、 i を虚数単位とする。

(viii) c を 1 でない正の実数とする。 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = ca_n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定め

られた数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n について、 c を底とする a_n の対数 $\log_c a_n$ を n を

用いて表すと、 $\log_c a_n = \boxed{\text{ケ}}$ である。

Ⅱ. 関数 $f(x) = \int_0^x (3t^2 - 4) dt$ に対して、座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ は

3点 $P(p, 0)$, $Q(q, 0)$, $R(r, 0)$ ($p < q < r$) で x 軸と交わる。このとき、次の

問(i)～(v)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $f(x)$ を x の整式として表せ。

(ii) p を求めよ。

(iii) 2点 P , Q における C の接線 l , m の方程式をそれぞれ求めよ。

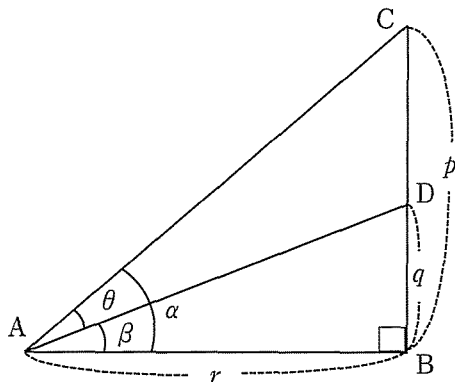
(iv) (iii)で求めた l , m の交点を点 A とする。三角形 PQA の面積を求めよ。

(v) b は $p < b < q$ を満たすとする。3点 P , Q , $B(b, f(b))$ を頂点とする三角形 PQB の面積の最大値を求めよ。

Ⅲ. 図のような直角三角形ABCの辺BC上に点Dがあり, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CAB = \alpha$,

$\angle DAB = \beta$, $\angle CAD = \theta$, $BC = p$, $BD = q$, $AB = r$, $0 < q < p$, $q < r$ とする。

このとき, 次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には, 答えだけでなく途中経過も書くこと。



(i) $\tan \alpha$, $\tan \beta$, $\tan \theta$ を p , q , r を用いてそれぞれ表せ。

(ii) $s = r - q$ とする。 $\theta = 45^\circ$ のとき, p を q , s を用いて表せ。

(iii) $s = r - q$ とする。 $q = 1$, $\theta = 45^\circ$ のとき, p , r がともに自然数となるような s をすべて求めよ。

(iv) $q = 2$, $\theta = 45^\circ$ とする。 p , r がともに自然数となるような r をすべて求めよ。

(v) $q = 3$, $\theta = 45^\circ$ とする。 p , r がともに自然数となるような r をすべて求めよ。

【以下余白】

