

2020年度

S 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ。

- (i) $-2 < x < \frac{1}{3}$ を満たすすべての x に対して

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{9x^2 - 6x + 1} = ax + b$$

が成り立つとき、定数 a, b の値は $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。

- (ii) 座標平面上の3直線

$$3x + y = 1, \quad kx - 5y = -3, \quad x + 2y = 7$$

が1点で交わる時、定数 k の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

- (iii) a, b を実数とする。3点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, -1)$, $B(0, 1, 2)$ の定める

平面上に点 $C(a, b, 1)$ があるとする。 $OC = AC$ のとき、 $a = \boxed{\text{エ}}$,

$b = \boxed{\text{オ}}$ である。

- (iv) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、 $S_n = n^2 - n$

を満たすとき、 $b_n = a_n + 2$ とした数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n を n

を用いて表すと、 $T_n = \boxed{\text{カ}}$ である。

- (v) 4次の整式 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ は、2次方程式 $x^2 - 2x + 5 = 0$

の解 $1 + 2i$ を代入したとき、 $f(1 + 2i) = 2 + 3i$ を満たすとする。ただし、

i を虚数単位とし、 a, b, c, d はすべて実数であるとする。このとき、 $f(x)$ を

$x^2 - 2x + 5$ で割った余りは $\boxed{\text{キ}}$ である。

- (vi) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\sin 2\theta$ の値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

- (vii) 10人を2人、2人、3人、3人の4つのグループに分ける方法は、全部で $\boxed{\text{ケ}}$

通りある。

- (viii) 27^{100} は $\boxed{\text{コ}}$ 桁の自然数である。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Ⅱ. a, b, c を実数とする。3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は,

$$f(2) = 0, f'(2) = 3$$

を満たすとする。このとき、次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) b, c をそれぞれ a を用いて表せ。

(ii) $f(x)$ が極大値を持つような a の値の範囲を求めよ。

(iii) $f(1) = 1$ のとき、 a の値を求めよ。

(iv) $f(1) = 1$ のとき、 $f(-2)$ 、および $f(4)$ の値を求めよ。

(v) $f(1) = 1$ のとき、区間 $-2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値と最小値、およびそのときの x の値を求めよ。

Ⅲ. 三角形ABCにおいて $\angle A$ の大きさを α 、 $\angle B$ の大きさを β とし、

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \cos \beta = -\frac{3}{5}, BC = 50$$

とする。また、三角形ABCの外接円の半径を R とする。このとき、次の問(i)～(v)

に答えよ。解答欄には、答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) R を求めよ。

(ii) $\cos \alpha$ の値を求めよ。

(iii) ACの長さを求めよ。

(iv) 2点A, Bを通る直線上の点Dを、ADとCDが直交するようにとる。

ADの長さを求めよ。

(v) ABの長さを求めよ。

【以下余白】

