

2020年度

T 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはHBの黒のシャープペンシルで記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～コに当てはまる数または式を記入せよ。

(i) a を正の実数とする。 $f(x) = ax^2 - x^3$ の極大値 M が $4 \leq M \leq 32$ を満たす

ような a の値の範囲は $\boxed{\text{ア}} \leq a \leq \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $r < 1$ とする。第 2 項が 4, 初項から第 3 項までの和が 21 である等比数列の

初項を a , 公比を r とするとき, $a = \boxed{\text{ウ}}$, $r = \boxed{\text{エ}}$ である。

(iii) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ を満たす自然数の組 (x, y) をすべて求めると

$(x, y) = \boxed{\text{オ}}$ である。

(iv) 2^{-2020} を小数で表したとき, 小数第 $\boxed{\text{カ}}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(v) 1 個のさいころを 3 回投げて, 2 以下の目が 2 回以上出る確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(vi) 原点を O とする座標平面において, 第 1 象限内の点 A は直線 $y = \sqrt{3}x$ 上にあり,

かつ $OA = 1$ を満たすとする。 A を通り傾きが -1 の直線と x 軸の交点を

$B(b, 0)$ とするとき, $b = \boxed{\text{ク}}$ である。

(vii) $y = |5x| - 3$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(viii) a, b を互いに異なる実数とする。 2 次方程式 $x^2 + (a + 1)x + b - 2 = 0$ の

解が a, b であるような実数の組 (a, b) をすべて挙げると $(a, b) = \boxed{\text{コ}}$ で

ある。

Ⅱ. k を正の実数とする。放物線 $C: y = x^2 - 1$ と直線 $l: y = kx$ の共有点を A, B とし、

A, B の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。 A における C の接線を m_1 ,

B における C の接線を m_2 とする。また、 m_1 と m_2 の交点を Q とする。

このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) m_1 の方程式を α を用いて表せ。

(ii) $\alpha + \beta$ を k を用いて表せ。

(iii) Q の座標を k を用いて表せ。

(iv) k が $2 \leq k \leq 5$ の範囲を動くとき、点 Q の動く軌跡の長さ L を求めよ。

(v) $k = 2$ とする。 Q を通り l と垂直に交わる直線と l の交点を H とするとき、

H の座標を求めよ。

Ⅲ. 半径 1 の円に内接する三角形 ABC は, $AB = AC$ を満たしている。また, $\angle CAB = 2\alpha$, $AB + BC + CA = l$, 三角形 ABC の面積を S , 三角形 ABC の内接円の半径を r とする。このとき, 次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) AC の長さを $\cos \alpha$ を用いて表せ。
- (ii) l を $\cos \alpha$ と $\sin \alpha$ を用いて表せ。
- (iii) S を $\cos \alpha$ と $\sin \alpha$ を用いて表せ。
- (iv) r を l と S を用いて表せ。
- (v) r を $\sin \alpha$ を用いて表せ。

【以下余白】

