

2022年度

# A<sub>b</sub> 数 学 問 題

## 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**H Bの黒鉛筆**または**H Bの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。H Bの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。  
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8 ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 下記の空欄ア～クにあてはまる数を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 実数  $x$  に関する方程式  $2\log(1-x) - \log(5-x) = \log 2$  を解くと、  
 $x =$   である。

(ii) 下図のように 1 から 9 までの数字が 1 つずつ記入された、9 枚のカードがある。

これら 9 枚のカードから同時に取り出した 3 枚のカードの数字の積が、10 で割り切れる確率は  である。

(iii) 三角形 ABC において、 $AB = 5$ 、 $AC = 6$  で、角 A の大きさは  $\frac{\pi}{3}$  であるとする。  
A から辺 BC に垂線 AH を下ろす。このとき、 $BH : CH =$   :  である。

(iv) 2 次方程式  $2x^2 + 4x + 1 = 0$  の解を  $\alpha$ 、 $\beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。実数  $p$ 、 $q$  に対して、2 次方程式  $x^2 + px + q = 0$  の解が  $\alpha^3$ 、 $\beta^3$  であるならば、 $p =$  ,  
 $q =$   である。

(v)  $a < b$  を満たす自然数の組  $a$ 、 $b$  の和が 119、最小公倍数が 462 であるとき、  
 $a =$  ,  $b =$   である。



## Ⅱ．実数 $x$ に対し，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = xe^{-x}$$

により定める。座標平面上の曲線  $C : y = f(x)$  に関して，次の問 (i) ~ (v) に答えよ。  
解答欄には (i)，(ii)，(iv) については答えのみを，(iii)，(v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求め， $f(x)$  の増減表を書け。ただし，極値も増減表に記入すること。
- (ii)  $f(x)$  の第2次導関数  $f''(x)$  を求め， $C$  の変曲点の座標を求めよ。
- (iii)  $C$  の変曲点と，座標平面上の原点を通る直線を  $l$  とする。 $C$  と  $l$  で囲まれた領域の面積  $S$  を求めよ。
- (iv)  $a, b, c$  を定数とし，関数  $g(x)$  を  $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$  と定める。 $g(x)$  の導関数  $g'(x)$  が  $g'(x) = x^2e^{-2x}$  を満たすとき， $a, b, c$  の値を求めよ。
- (v)  $C$  と (iii) で定めた  $l$  で囲まれた領域を， $x$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ。



Ⅲ.  $t$  を正の実数とする。座標平面上に放物線  $C_1: y = x^2$  と、その上の点  $P(t, t^2)$  がある。Pにおける  $C_1$  の接線を  $l$  とし、法線を  $m$  とする。 $l$  と  $x$  軸との交点を  $Q$  とする。Pにおいて  $l$  に接し、さらに  $x$  軸にも接する円で、中心の  $x$  座標が  $t$  以下であるものを  $C_2$  とする。 $C_2$  の中心を  $A$  とし、 $C_2$  と  $x$  軸の接点を  $B$  とする。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には、(i), (ii) については答えのみを、(iii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)  $l$  の方程式を求めよ。

(ii)  $m$  の方程式を求めよ。

(iii)  $\angle BAP = \frac{\pi}{3}$  であるとき、 $t$  の値を求めよ。

(iv) (iii) のとき、 $A$  の座標を求めよ。

(v) (iii) のとき、四角形  $ABQP$  の面積  $S$  を求めよ。

【以下余白】

