

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて**HBの黒鉛筆**または**HBの黒のシャープペンシル**で記入することになっています。HBの黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 下記の空欄ア～キにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) i を虚数単位とする。 $(a + bi)^2 = -4i$ を満たすような実数 a, b の組をすべて

求めると $(a, b) = \boxed{\text{ア}}$ である。

(ii) 実数 x についての不等式 $x|x| < 2x + 3$ の解は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(iii) $\sqrt{n^2 + 15n + 78}$ の整数部分が $n + 7$ となるような最小の整数 n は $\boxed{\text{ウ}}$ であ

る。

(iv) 20^{22} は $\boxed{\text{エ}}$ 桁の整数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(v) 8人を2人, 2人, 2人, 1人, 1人の5組に分ける分け方は $\boxed{\text{オ}}$ 通りであ

る。

(vi) n を自然数とする。 $2n + 1$ 個の連続する整数からなるデータの分散は $\boxed{\text{カ}}$

である。

(vii) $OA = 1, OB = 2, \cos \angle AOB = \frac{1}{4}$ を満たす三角形OABにおいて、Oから直

線ABに下ろした垂線をODとする。実数 t を用いて $\overrightarrow{OD} = (1 - t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と表

すと $t = \boxed{\text{キ}}$ である。

II. $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ とする。三角形 ABC は、 $AB = 1$ を満たし、辺 BC 上の点 D は $\angle BAD = \angle CAD = \theta$ かつ $AD = AC$ を満たすとする。 $AD = a$, $BD = b$ とおく。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には、(i), (ii) については答えのみを、(iii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) 三角形 ABD, 三角形 ACD, 三角形 ABC の面積を、それぞれ $X \sin \theta$, $Y \sin \theta$, $Z \sin 2\theta$ と書き表すとき、 X, Y, Z を a を用いて表せ。
- (ii) a を $P \cos \theta + Q$ と書き表すとき、有理数 P, Q の値をそれぞれ求めよ。
- (iii) b^2 を $R \cos \theta + S$ と書き表すとき、有理数 R, S の値をそれぞれ求めよ。
- (iv) $BC = 1$ のとき、 θ と $\angle ABC$ の大きさをそれぞれ求めよ。
- (v) (iv) のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

Ⅲ. a と p を正の実数とする。3 次関数 $f(x) = px(x - 3a)^2$ が極大値 $4a^2$ を取るとき、次の問 (i) ~ (iv) に答えよ。解答欄には、(i) については答えのみを、(ii) ~ (iv) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。また、方程式 $f'(x) = 0$ の解を a を用いて表せ。

(ii) p を a を用いて表せ。

(iii) 曲線 $y = f(x)$ の $-1 \leq x \leq 0$ の部分、直線 $x = -1$ 、および x 軸で囲まれる図形の面積 S を a を用いて表せ。

(iv) a が正の実数全体を動くとき、(iii) で求めた S の最小値と、それを与える a の値をそれぞれ求めよ。

【以下余白】

