2023年度

C　数　学　問　題

注　意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は**8ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，出席票の受験番号が，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し，出席票の氏名欄に**氏名**のみを記入してください。なお，出席票は切り離さないでください。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を折り曲げたり，破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ． 下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（ｉ） 円に内接する AB ＝ 3， BC ＝ 6， CD ＝ 5， DA ＝ 2 である四角形 ABCD において， $\cos A =$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ⅱ） 整式 $(x+1)^{2023}$ を x^2 で割った余りは $\boxed{\text{イ}}$ である。

（ⅲ） $\log_6 2 = a$ に対して， $3^{\frac{1}{1-a}}$ は整数であり，その値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（ⅳ） 座標平面上の 3 点 O(0，0)，A(4，2)，B(−6，6) を頂点とする三角形 OAB の外心の座標は $\boxed{\text{エ}}$ である。

（ｖ） $z = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$ に対して， $z^6 = a + bi$ とする。このとき， $a =$ $\boxed{\text{オ}}$ ， $b =$ $\boxed{\text{カ}}$ である。ただし， i は虚数単位とし， a， b は実数とする。

（ⅵ） $|\vec{a}| = 3$， $|\vec{b}| = 4$， $|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{17}$ を満たす 2 つのベクトル $\vec{a}$， $\vec{b}$ が作る平行四辺形の面積は $\boxed{\text{キ}}$ である。

（ⅶ） 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 0,\ a_{n+1} = -a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。自然数 n を 2 で割った商を m としたとき， $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ を m を用いて表すと $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ．A，B，C，Dの４人でじゃんけんをするゲームを行う。１回のじゃんけんで１人でも勝者がでた場合は，ゲームを終了する。だれも勝たずあいこになる場合は，４人でもう一度じゃんけんをし，勝者がでるまでじゃんけんを繰り返す。次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ。解答欄には，(ｉ)については答えのみを，(ⅱ)～(ｖ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ｉ)　１回目のじゃんけんで，Ａだけが勝つ確率を求めよ。

(ⅱ)　１回目のじゃんけんで，Ａを含む２人だけが勝つ確率を求めよ。

(ⅲ)　１回目のじゃんけんで，Ａが勝者に含まれる確率を求めよ。

(ⅳ)　１回目のじゃんけんで，だれも勝たずあいこになる確率を求めよ。

(ｖ)　２回目のじゃんけんで，ゲームが終了する確率を求めよ。

Ⅲ. $0 < t < 2$ とし，座標平面上の曲線 C : $y = |x^2 + 2x|$ 上の点A$(-2, 0)$ を通る傾き t の直線を l とする。C と l の，A以外の異なる2つの共有点をP，Qとする。ただし，Pの x 座標は，Qの x 座標より小さいとする。このとき，次の問(i)〜(v)に答えよ。解答欄には，(i)については答えのみを，(ii)〜(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) P，Qの x 座標をそれぞれ t を用いて表せ。

(ii) 線分APと C で囲まれた部分の面積 $S_1(t)$ を t を用いて表せ。

(iii) 線分PQと C で囲まれた部分の面積 $S_2(t)$ を t を用いて表せ。

(iv) 線分AQと C で囲まれた2つの部分の面積の和 $S(t)$ を t を用いて表せ。また，$S(t)$ の導関数 $S'(t)$ を求めよ。

(v) t が $0 < t < 2$ を動くとき，(iv)の $S(t)$ を最小にするような t の値を求めよ。

【以下余白】