

2024年度

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IIIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 下記の空欄ア～クにあてはまる数を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 2進数 a を $a_{(2)}$ と表す。 $1011_{(2)} \times 11_{(2)} + 1111_{(2)}$ を計算した結果を10進法で表

すと である。

(ii) 袋の中に赤玉と白玉があわせて20個入っている。この袋の中から同時に2つの玉

を取り出すとき、取り出した玉が2個とも赤である確率は $\frac{21}{38}$ である。このとき、

はじめに袋に入っていた赤玉は 個である。

(iii) 三角形ABCにおいて、 $AB = 3$ 、 $BC = 4$ 、 $CA = 2$ とする。線分BCの中点をM

とするとき、線分AMの長さは である。

(iv) $x + \frac{1}{x} = -3$ であるとき、 $x^3 + \frac{1}{x^3} = \boxed{エ}$ である。

(v) $-3 \leq x \leq 3$ の範囲において、関数 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x$ の最小値は

である。

(vi) 座標空間において、点A $(-10, -3, 8)$ を通りベクトル $\vec{a} = (1, 2, -2)$ に

平行な直線と、 xy 平面との交点の座標は (, ,) である。

II. 次のように定められる正の数からなる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = \sqrt{\frac{a_{n+1}^3}{2a_n}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には、(i)、(ii)については答えのみを、

(iii)～(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $a_3 = 2^x, a_4 = 2^y, a_5 = 2^z$ と表すとき、 x, y, z の値をそれぞれ求めよ。

(ii) $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(iii) (ii)で定めた数列 $\{b_n\}$ に対して、 $c_n = \log_2 b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(iv) (iii)で定めた数列 $\{c_n\}$ に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n c_k$ を n を用いて表せ。

(v) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を $a_n = 2^{d_n}$ と表す。(iv)の結果を利用して、 d_n を n を用いて表せ。

III. p, q を実数とする。座標平面上に放物線 $C : y = x^2 + 2px + q$ と、2つの直線 $l : y = -x + \frac{3}{4}$, $m : y = 2x$ がある。このとき、以下の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には、(ii)については答えのみを、(i)と(iii)～(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) C が l に接するとき、 q を p を用いて表せ。
- (ii) C が l に接するとき、 C の頂点の座標を p を用いて表せ。
- (iii) C が l と x 軸の両方に接するとき、 C の方程式を求めよ。また、そのときの C と l の接点の x 座標を求めよ。
- (iv) C が l と m の両方に接するとき、 C の方程式を求めよ。また、そのときの C と l の接点の x 座標を求めよ。
- (v) (iii)で求めた C を C_1 , (iv)で求めた C を C_2 とする。このとき、 C_1, C_2, l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

【以下余白】

