

2024年度

C b 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 下記の空欄ア～カにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (i) 条件 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ である。また, $\{a_n\}$ の中で 4 で割り切れる項のうち 3 番目の項の値は である。
- (ii) $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) + \log_{\sqrt{2}} x = 1$ を満たす実数 x を求めると, $x =$ である。
- (iii) 定積分 $\int_{-2}^1 |e^{2x} - 1| dx$ の値は である。
- (iv) 赤玉 3 個, 白玉 5 個の合計 8 個の玉が入っている袋がある。この袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき, 3 個のうち少なくとも 1 個は赤玉であるという条件の下で, 3 個中 2 個が赤玉, 1 個が白玉である確率は である。
- (v) 20 人の生徒に対して 50 点満点の試験を行った。試験問題は 5 問からなり, 1 問あたりの得点は 0 点か 10 点で部分点はない。試験結果は, 0 点が 3 人, 10 点が 2 人, 20 点が a 人, 30 点が b 人, 40 点が 2 人, 50 点が 1 人であった。ただし, a, b は 0 以上 20 以下の整数である。得点の中央値が 25 である場合, 得点の平均値は である。

Ⅱ. 四面体OABCにおいて、3つの線分OA, OB, OCの長さはすべて1であり、 $\angle BOC$ は直角であるとする。線分ABを2:1に内分する点をD, 線分ACを2:1に内分する点をEとして、線分CDと線分BEの交点をFとする。また、 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする。このとき、次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には、(i)については答えのみを、(ii)~(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) 点Fは線分BEを $t:(1-t)$ に内分しているものとする。ただし $0 < t < 1$ である。このとき、以下の ア , イ に t を用いた数式をそれぞれ記入せよ。

$$\overrightarrow{AF} = \text{ア} \overrightarrow{AB} + \text{イ} \overrightarrow{AE}$$

- (ii) 定数 x, y を用いて $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ と表すとき、(i)の t , および x, y の値をそれぞれ求めよ。
- (iii) 定数 p, q, r を用いて $\overrightarrow{OF} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ と表すとき、 p, q, r の値をそれぞれ求めよ。
- (iv) $\overrightarrow{OF}$ が平面ABCに垂直であるとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値をそれぞれ求めよ。
- (v) $\overrightarrow{OF}$ が平面ABCに垂直であるとき、線分AB, ACの長さをそれぞれ求めよ。

Ⅲ. 正の実数 x の関数 $f(x)$, $g(x)$ を, それぞれ

$$f(x) = x \log x, \quad g(x) = \cos(x \log x)$$

で定める。ただし, e は自然対数の底であり, $2.7 < e < 2.8$ を満たす。また, 円周率 π が $3 < \pi < 4$ であること, $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることは用いてもよい。このとき, 次の問 (i) ~ (vi) に答えよ。解答欄には, (i) ~ (iv) については答えのみを, (v), (vi) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

- (i) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求め, $f(x)$ の増減表を書け。
- (ii) $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (iii) $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を求めよ。
- (iv) $0 < x \leq e$ における $g(x)$ の増減表を書け。
- (v) $0 < x \leq e$ における $g(x)$ の最大値を求めよ。
- (vi) 4 つの実数 0 , $g\left(\frac{1}{e}\right)$, $g(\sqrt{e})$, $g(e)$ を小さい順に左から並べよ。

【以下余白】

