

2025年度

A 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 下記の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $x + y = \sqrt{5}$, $xy = 1$ のとき, $x^4 + y^4 =$ ア である。

(ii) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos x$ の最大値は イ である。

(iii) 等式 $\log_2 x = 2 \log_x 4$ を満たす実数 x をすべて求めると $x =$ ウ である。

(iv) 三角形ABCにおいて, $AB = 1$, $AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$ とする。辺ABを

1 : 3 に内分する点をDとし, 辺ACを $p : 1 - p$ に内分する点をEとする。ただし,

実数 p は $0 < p < 1$ を満たすとする。直線BEと直線CDが直交するとき,

$p =$ エ である。

(v) 実数 a は定数とし, $f(x) = x^2 - 4x + 9$, $g(x) = ax$ とする。すべての実数 x

に対して $f(x) \geq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲は オ である。

(vi) 実数 a, b は定数とする。3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ が $x = -1$ と

$x = \frac{1}{3}$ のそれぞれで極値をとるとき, $a =$ カ, $b =$ キ である。このと

き, $f(x)$ の極大値は ク である。

II. n を 1 以上の整数とする。箱の中に 1 から 7 までの数字が 1 つずつ書かれた 7 枚のカードがある。ただし、異なるカードには異なる数字が書かれているものとする。

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

「この箱から 1 枚のカードを無作為に取り出し、そのカードに書かれた数字を記録してからカードを箱の中に戻す」という操作を n 回繰り返す。記録された n 個の数字の和が偶数になる確率を p_n とする。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には、(i) については答えのみを、(ii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) p_1, p_2 をそれぞれ求めよ。

(ii) p_3 を求めよ。

(iii) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。

(iv) p_n を n を用いて表せ。

(v) $S_n = \sum_{k=1}^n p_k$ を n を用いて表せ。

Ⅲ. 実数 a, b は定数とする。2 次関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ に対して、座標平面上の放物線 C を $C: y = f(x)$ とする。 C 上の点 P を $P(2\sqrt{2}, f(2\sqrt{2}))$ とし、また、 C と y 軸の交点を Q とする。さらに、円 $D: x^2 + y^2 = 1$ 上の点 $R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ における D の接線を ℓ とする。このとき、次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には、(i), (ii) については答えのみを、(iii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) ℓ の方程式を求めよ。

(ii) ℓ が C と接するとき、 b を a を用いて表せ。

(iii) ℓ が P において C と接するとき、 a, b の値をそれぞれ求めよ。

(iv) a, b を (iii) で求めた値とする。また、 ℓ と y 軸の交点を S とする。このとき、

線分 SP , C の $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$ の部分, 線分 QS

で囲まれる図形の面積 X を求めよ。

(v) a, b を (iii) で求めた値とする。また、 D 上の点 T を $T(0, 1)$ とする。このとき、

線分 RP , C の $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$ の部分, 線分 QT , D の弧 TR

で囲まれる図形の面積 Y を求めよ。ただし、弧 TR は $x \geq 0$ にある方とする。

【以下余白】

