

A b 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 次の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) 500 以下の自然数のうち、7 で割り切れる数の和は である。

(ii) 関数 $f(x) = 4^x - 2^x + 1$ に対し、導関数 $f'(x)$ の値は $x =$ で 0 となる。また、 $f(x)$ の最小値は である。

(iii) 実数 p, q, r は定数とする。多項式 $x^3 + px^2 + qx + r$ を $(x - 1)^2$ で割ったときの余りが $2x - 3$ であり、 $x + 1$ で割ったときの余りが 3 であるとき、 $p =$, $q =$, $r =$ である。

(iv) 3 個のさいころを同時に投げるとき、3 つの目の積が 5 で割り切れて、かつ、2 で割り切れない確率は である。

(v) 実数 a は定数とし、関数 $f(x), g(x)$ をそれぞれ $f(x) = x^2 + 2x - 7$, $g(x) = -x^2 + 2ax - a^2 + 2a$ とする。すべての実数 x に対して $g(x) < f(x)$ が成り立つような a の値の範囲は である。

Ⅱ. 実数 x に対し, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$$

により定める。 p を実数とし, 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(p, f(p))$ における接線を ℓ とする。また, ℓ の傾きを a とし, ℓ の y 切片を b とする。次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には, (i)~(iii)については答えのみを, (iv), (v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(ii) ℓ の方程式を p を用いて表せ。

(iii) $a^2 + b^2$ の値を求めよ。

(iv) p が実数全体を動くとき, 座標平面上の点 (a, b) の軌跡を C とする。 C と直線 $y = \frac{1}{2}$ のすべての共有点の座標を求めよ。

(v) (iv)の C と直線 $y = \frac{1}{2}$ で囲まれた部分を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

Ⅲ. $O(0, 0, 0)$ を原点とする座標空間に正三角形 ABC があり, A の座標は $(1, 0, 0)$ であるとする。 ABC の重心を D とし, D の座標は $(1, 1, 1)$ であるとする。 B の y 座標は 1 で, B の x 座標は 1 よりも大きいとする。 a, b を実数とし, $P(a, b, 3)$ とする。直線 BP と xy 平面の交点を E , 直線 CP と xy 平面の交点を F とする。次の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には, (i) については答えのみを, (ii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) 線分 AB および線分 BD の長さをそれぞれ求めよ。

(ii) B の座標を求めよ。

(iii) C の座標を求めよ。

(iv) s, t を実数として,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OE} &= \overrightarrow{OB} + s\overrightarrow{BP}, \\ \overrightarrow{OF} &= \overrightarrow{OC} + t\overrightarrow{CP}\end{aligned}$$

と書くとき, s, t を求めよ。

(v) $\overrightarrow{OE} = -\overrightarrow{OF}$ であるような a, b の値を求めよ。

【以下余白】

1

