

## A<sub>b</sub> 数 学 問 題

### 注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。  
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はI～IIIとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I . 次の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

( i ) 500 以下の自然数のうち, 7 で割り切れる数の和は  ア である。

( ii ) 関数  $f(x) = 4^x - 2^x + 1$  に対し, 導関数  $f'(x)$  の値は  $x = \boxed{\text{イ}}$  で 0 となる。また,  $f(x)$  の最小値は  ウ である。

( iii ) 実数  $p, q, r$  は定数とする。多項式  $x^3 + px^2 + qx + r$  を  $(x - 1)^2$  で割ったときの余りが  $2x - 3$  であり,  $x + 1$  で割ったときの余りが 3 であるとき,  $p = \boxed{\text{エ}}, q = \boxed{\text{オ}}, r = \boxed{\text{カ}}$  である。

( iv ) 3 個のさいころを同時に投げるとき, 3 つの目の積が 5 で割り切れて, かつ, 2 で割り切れない確率は  キ である。

( v ) 実数  $a$  は定数とし, 関数  $f(x), g(x)$  をそれぞれ  $f(x) = x^2 + 2x - 7$ ,  $g(x) = -x^2 + 2ax - a^2 + 2a$  とする。すべての実数  $x$  に対して  $g(x) < f(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲は  ク である。



## II. 実数 $x$ に対し、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$$

により定める。 $p$  を実数とし、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(p, f(p))$  における接線を  $\ell$  とする。また、 $\ell$  の傾きを  $a$  とし、 $\ell$  の  $y$  切片を  $b$  とする。次の問(i)～(v)に答えよ。解答欄には、(i)～(iii)については答えのみを、(iv)，(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ。

(ii)  $\ell$  の方程式を  $p$  を用いて表せ。

(iii)  $a^2 + b^2$  の値を求めよ。

(iv)  $p$  が実数全体を動くとき、座標平面上の点  $(a, b)$  の軌跡を  $C$  とする。 $C$  と直線  $y = \frac{1}{2}$  のすべての共有点の座標を求めよ。

(v) (iv)の  $C$  と直線  $y = \frac{1}{2}$  で囲まれた部分を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。



III.  $O(0, 0, 0)$  を原点とする座標空間に正三角形ABCがあり、Aの座標は $(1, 0, 0)$ であるとする。ABCの重心をDとし、Dの座標は $(1, 1, 1)$ であるとする。Bのy座標は1で、Bのx座標は1よりも大きいとする。 $a, b$ を実数とし、 $P(a, b, 3)$ とする。直線BPと $xy$ 平面の交点をE、直線CPと $xy$ 平面の交点をFとする。次の問(i)~(v)に答えよ。解答欄には、(i)については答えのみを、(ii)~(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) 線分ABおよび線分BDの長さをそれぞれ求めよ。

(ii) Bの座標を求めよ。

(iii) Cの座標を求めよ。

(iv)  $s, t$ を実数として、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OE} &= \overrightarrow{OB} + s \overrightarrow{BP}, \\ \overrightarrow{OF} &= \overrightarrow{OC} + t \overrightarrow{CP}\end{aligned}$$

と書くとき、 $s, t$ を求めよ。

(v)  $\overrightarrow{OE} = -\overrightarrow{OF}$ であるような $a, b$ の値を求めよ。

【以下余白】

