

2025年度

C 数 学 問 題

注 意

1. 試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はすべて黒鉛筆または黒のシャープペンシルで記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3. この問題冊子は8ページまでとなっています。試験開始後、ただちにページ数を確認してください。なお、問題番号はⅠ～Ⅲとなっています。
4. 解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので、出席票の受験番号が、あなたの受験票の番号であるかどうかを確認し、出席票の氏名欄に氏名のみを記入してください。なお、出席票は切り離さないでください。
5. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し、その他の部分には何も書いてはいけません。
6. 解答用紙を折り曲げたり、破ったり、傷つけたりしないように注意してください。
7. 計算には、この問題冊子の余白部分を使ってください。
8. この問題冊子は持ち帰ってください。

I. 下記の空欄ア～コにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(i) $2^{1-3x} \geq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ を満たす実数 x の値の範囲は ア である。

(ii) 赤玉3個と白玉4個を無作為に1列に並べるとき、白玉が両端にある確率は イ である。

(iii) x, y, z は実数であり、 $x < y$ を満たすとする。3つの数3, x, y がこの順に等差数列となり、さらに、4つの数4, x, y, z がこの順に等比数列となるとき、
 $x =$ ウ , $y =$ エ , $z =$ オ である。

(iv) 実数 a は定数とする。座標平面上の2つの直線 $(a+1)x + ay = 1$,
 $ax + (a+2)y = 2$ がただ1つの交点を持つための a の条件は カ である。

(v) 定積分 $\int_0^2 (x+1)|x-1|dx$ の値は キ である。

(vi) 空間のベクトル $\vec{p} = (x, y, z)$ は $\vec{a} = (1, 0, -2)$ と $\vec{b} = (0, 3, 2)$ の両方に垂直であり、 $|\vec{p}| = 7$ かつ $z > 0$ を満たしている。このとき、
 $\vec{p} = ($ ク , ケ , コ) である。

Ⅱ. p, q を正の実数とする。原点を O とする座標平面上に点 $A(1, 0)$, 点 $P\left(p, \frac{1}{p}\right)$, 点 $Q\left(q, \frac{2}{q}\right)$ がある。 $\angle AOP = \alpha$, $\angle AOQ = \beta$ とおき, P, Q は $\alpha < \beta$ を満たしながら動くものとする。三角形 OPQ の面積を S とし, また, $T = \tan(\beta - \alpha)$ とおく。以下の問 (i) ~ (v) に答えよ。解答欄には, (i), (ii) については答えのみを, (iii) ~ (v) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) $\cos \alpha, \sin \alpha$ をそれぞれ p を用いて表せ。また, $\cos \beta, \sin \beta$ をそれぞれ q を用いて表せ。

(ii) T を p, q を用いて表せ。

(iii) S を p, q を用いて表せ。

(iv) $t = pq$ とおく。 $\frac{S}{T}$ を t を用いて表せ。

(v) $\frac{S}{T}$ の最小値を求めよ。

Ⅲ. k を実数とする。3 次関数 $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ に対して、座標平面上の曲線 C を

$C: y = f(x)$ とする。また、 C 上の点 $P(1, 1)$ を通り、傾きが k である直線を ℓ とする。このとき、次の問 (i) ~ (vi) に答えよ。解答欄には、(i) ~ (iii) については答えのみを、(iv) ~ (vi) については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) ℓ の方程式を k を用いて表せ。

(ii) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(iii) $f(x)$ の極値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(iv) ℓ と C がちょうど 2 個の共有点をもつような k の値を求めよ。

(v) ℓ と C が異なる 3 個の共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。

(vi) (v) のとき、異なる 3 個の共有点の y 座標を小さい方から順に y_1, y_2, y_3 とする。

このとき、比の等式 $(y_2 - y_1) : (y_3 - y_2) = 1 : 2$ を満たすような k の値を求めよ。

【以下余白】

