

数 学

次の各問いについて解答用紙に解答せよ。Ⅰ，Ⅱについては にあてはまるものを記入せよ。

Ⅰ x の 2 次関数

$$f(x) = \sum_{k=1}^n (kx^2 - k^2x + k^3) = (x^2 - x + 1) + (2x^2 - 4x + 8) + \cdots + (nx^2 - n^2x + n^3)$$

について考える。

$f(x)$ は $x =$ ア のとき、最小値 イ をとる。

次に、変数 x は整数の値のみをとるものとする。このとき、 $f(x)$ の最小値は次のように表される。

i) n が (3の倍数) のとき

$f(x)$ は $x =$ ウ において、最小値 エ をとる。

ii) n が (3の倍数+1) のとき

$f(x)$ は $x =$ オ および $x =$ カ において、最小値 キ をとる。

iii) n が (3の倍数+2) のとき

$f(x)$ は $x =$ ク において、最小値 ケ をとる。

[注意] x の値 ア , ウ , オ , カ , ク については n の式で、最小値 イ , エ , キ , ケ については、 $n(n+1)=p$ とおいて p の式で表せ。

数 学

次の各問いについて解答用紙に解答せよ。Ⅰ，Ⅱについては にあてはまるものを記入せよ。

Ⅰ x の 2 次関数

$$f(x) = \sum_{k=1}^n (kx^2 - k^2x + k^3) = (x^2 - x + 1) + (2x^2 - 4x + 8) + \cdots + (nx^2 - n^2x + n^3)$$

について考える。

$f(x)$ は $x =$ ア のとき，最小値 イ をとる。

次に，変数 x は整数の値のみをとるものとする。このとき， $f(x)$ の最小値は次のように表される。

i) n が (3の倍数) のとき

$f(x)$ は $x =$ ウ において，最小値 エ をとる。

ii) n が (3の倍数+1) のとき

$f(x)$ は $x =$ オ および $x =$ カ において，最小値 キ をとる。

iii) n が (3の倍数+2) のとき

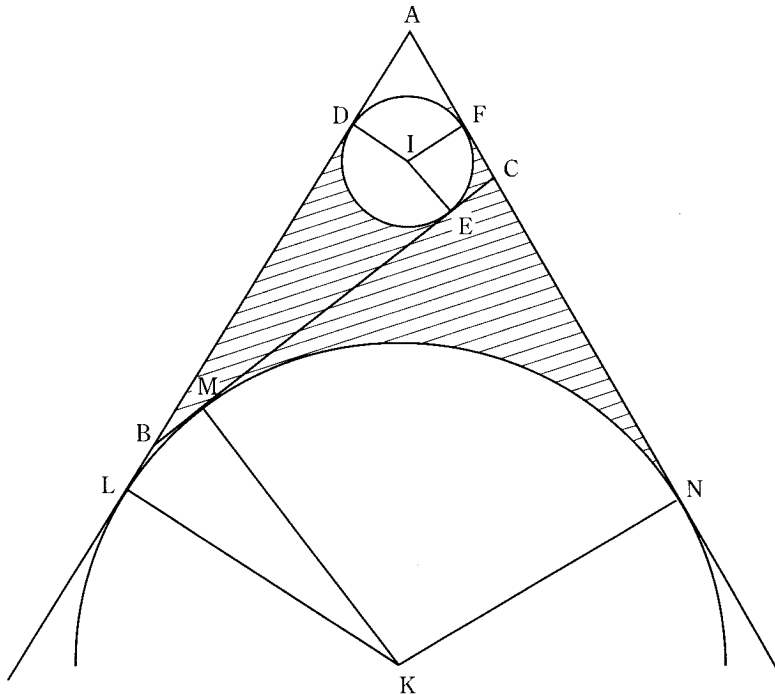
$f(x)$ は $x =$ ク において，最小値 ケ をとる。

[注意] x の値 ア , ウ , オ , カ , ク については n の式で，最小値 イ , エ , キ , ケ については， $n(n+1)=p$ とおいて p の式で表せ。

II $\triangle ABC$ の内接円の中心をI, 辺ABのBの方への延長, 辺ACのCの方への延長および辺BCのすべてに接する円をKとする。内接円I, 円Kと2直線AB, ACの囲む部分(図の斜線部分)の面積 S を求めたい。円Iが辺AB, BC, CAに接する点をそれぞれD, E, Fとし, 円Kが3直線AB, BC, CAに接する点をそれぞれL, M, Nとし, 四辺形ALKN, 四辺形ADIF, 扇形IDEF, 扇形KLMNの面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3, S_4 とする。

$\angle A = 60^\circ$, $AB = 4 + \sqrt{3}$, $AC = 4 - \sqrt{3}$ とすると $BC =$ コ である。

次に円Iの半径 r , 円Kの半径 R の値を求めると $r =$ サ , $R =$ シ であり, $S_1 =$ ス , $S_2 =$ セ , $S_3 =$ ソ , $S_4 =$ タ であるから, 求める面積 S は $S =$ チ である。(ただし, 円周率を π とする。)



Ⅲ 3 次曲線 $y = x^3 - 5x^2 + 9x + 9$ がある。この曲線に同じ傾き m の接線を 2 本引くとき, 一方の x 切片は 0 以上, 他方の x 切片は 0 以下になるような m の値の範囲を求めよ。

Ⅲ 3次曲線 $y = x^3 - 5x^2 + 9x + 9$ がある。この曲線に同じ傾き m の接線を2本引くとき、一方の x 切片は0以上、他方の x 切片は0以下になるような m の値の範囲を求めよ。