

数 学

次の各問いについて解答用紙に解答せよ。Ⅰ、Ⅱについては にあてはまるものを記入せよ。

Ⅰ ある等差数列の初項 a から第 n 項までの和 S を求める問題で、

- (1) A君は公差 d の符号を逆にして計算したために、正しい答えの $-\frac{1}{3}$ 倍の答えを得た。
- (2) B君は初項と公差を逆にしたために、正しい答えの $\frac{3}{2}$ 倍の答えを得た。
- (3) また、C君は等比数列だと勘違いをし、公差を公比として計算したために、正しい答えの $\frac{19}{3}$ 倍の答えを得た。

さて、最初に与えられた等差数列の公差は負の整数であり、 $n \geq 5$ であることが判っている。また、3人については、上に示した誤り以外には、その計算に誤りはなかったものとする。

まず(1)より a は n, d を用いて $a = \text{ア}$ と表され、次に、(2)より同じく a は n, d を用いて $a = \text{イ}$ と表される。これらのことより、項数 n が求められて、 $n = \text{ウ}$ である。よって、 a, S は d を使って $a = \text{エ}$, $S = \text{オ}$ と表される。この結果と、(3)から d が求められて、 $d = \text{カ}$ である。

II x の方程式

$$\sin x - a \cos x + 2a - 2 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

が解を持つような定数 a の最大値, 最小値を求めたい。

①より $\sin x$ についての2次方程式

$$\boxed{\text{キ}} \sin^2 x + \boxed{\text{ク}} \sin x + \boxed{\text{ケ}} = 0 \dots \textcircled{2}$$

が得られる。

$\sin x$ は実数であるから a の範囲として

$$\boxed{\text{コ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}}$$

が得られる。

$$a = \boxed{\text{コ}} \text{ のとき} \quad \sin x = \boxed{\text{シ}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

$$a = \boxed{\text{サ}} \text{ のとき} \quad \sin x = \boxed{\text{ス}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

となり, ③, ④を満たすような x の値で①を満たすものが存在することが示せるの

で, a の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ で, 最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

Ⅲ ある工場では3種類の部品 A, B, C を使って2種類の製品 X, Y を組み立てている。製品 X を1個組み立てるには部品 A が6個, B が4個, C が4個必要で, Y を1個組み立てるには部品 A が2個, B が8個, C が3個必要である。また, この工場の生産能力は製品 X については月産1,800個まで, Y については月産1,200個までである。ところで, 部品 A は1ヶ月に12,000個, B は1ヶ月に15,000個までしか使えず, 一方 C は1ヶ月に少なくとも1,200個は使う必要がある。

製品1個あたりの利益は X が1,600円, Y が2,000円とすると, この工場で月間の利益を最大にするには, X, Y をそれぞれ月間何個ずつ生産すればよいか。また, そのときの月間総利益はいくらか。