

数 学

次の各問いについて解答用紙に解答せよ。Ⅰ、Ⅱについては にあてはまるものを記入せよ。

Ⅰ xy 平面上の原点 $(0, 0)$ にある点 P を、2つの硬貨 A, B を同時に投げて、その出た表裏によって動かす。どちらの硬貨も表と裏が出る確率は等しいものとする。点 P の動かし方は以下のとおりである。まず硬貨 A にしたがって

$\begin{cases} \text{表であれば } x \text{ 軸方向に} +1 \text{ 動かし,} \\ \text{裏であれば } x \text{ 軸方向に} -1 \text{ 動かす。} \end{cases}$

続いて硬貨 B にしたがって

$\begin{cases} \text{表であれば } y \text{ 軸方向に} +1 \text{ 動かし,} \\ \text{裏であれば } y \text{ 軸方向に} -1 \text{ 動かす。} \end{cases}$

これをまとめて1回の試行とみなし、この試行を何回かおこなう。

[1] この試行を2回おこなって P が原点にもどる確率は ア , 4回おこなって P が原点にもどる確率は イ であり、4回おこなって P が途中で原点にもどることなく4回目に初めて原点にもどる確率は ウ である。

[2] 4回目に P が原点にもどり、6回目も原点にもどる確率は エ であり、 P が2回目に原点にもどり、4回目には原点にもどらず、6回目にまた原点にもどる確率は オ であり、 P が途中で原点にもどることなく6回目に初めて原点にもどる確率は カ である。

[3] 不等式 $x \geq 0, y \geq 0$ の表す領域を D とする。この試行を4回おこなって P が一度も D の外に出ることなく4回目に原点にもどる確率は $\left(\text{キ} \right)^2$ であり、8回おこなって P が一度も D の外に出ることなく8回目に原点にもどる確率は $\left(\text{ク} \right)^2$ である。

* ア ～ ク には既約分数を入れよ。

Ⅱ a を正の実数とする。放物線 $y = ax^2 + 2bx + c \cdots \textcircled{1}$ と直線 l が 2 点 A, B で交わり, A の x 座標は α , B の x 座標は β で, $\alpha < \beta$ であるとする。

〔1〕 直線 l を表す方程式を, a, b, c, α, β を用いて表すと,

$$y = (\boxed{\text{ケ}})x + (\boxed{\text{コ}}) \text{ となる。}$$

点 A および点 B における放物線 $\textcircled{1}$ の接線を m, n とし, m と n の交点を P とすると, その座標は $(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}})$ である。

〔2〕 $\triangle PAB$ の面積 S を a, α, β を用いて表すと,

$S = \boxed{\text{ス}}$ で, 直線 l と放物線 $\textcircled{1}$ で囲まれた面積 T と S との間には

$S = \boxed{\text{セ}} T$ という関係がある。

$\boxed{\text{セ}}$ には実数を記入せよ。

Ⅲ 不等式

$$-2\sin^2\theta\cos^2\theta + 5\sin\theta\cos^2\theta - 6\sin^2\theta + 12\sin\theta - 6 \geq 0$$

を満たす θ の範囲を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ とする。