

数 学

I 以下の にあてはまる実数を記入せよ。

〔1〕 複素数平面上で点 z が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、

$$v = (\sqrt{3} + i)(z + 1) \quad (i \text{ は虚数単位})$$

で表される点 v は点 ア + イ i を中心とし、半径 ウ の円を描く。点 v が実軸上にくるのは $z =$ エ + オ i のときと $z =$ カ + キ i のときである。また、点 v が虚軸上にくるのは $z =$ ク + ケ i のときと $z =$ コ + サ i のときである。

〔2〕 α を絶対値が 1 の複素数とする。複素数平面上で点 z が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、

$$w = \alpha(\sqrt{3} + i)(z + 1)$$

で表される点 w の描く円が実軸に接するのは $\alpha =$ シ + ス i のときと $\alpha =$ セ + ソ i のときである。

Ⅱ 長さ 2 の線分 AB を直径とする半円をとり，辺 AB の中点を O とする。弧 AB 上に点 A，B と異なる点 C をとり， $\angle AOC = \theta$ とおく。また，弧 AC 上に点 D をとり，線分 AC と線分 OD の交点を E とおいたとき， $\triangle ADE$ と $\triangle COE$ が相似になるような点 D をとることができるための必要十分条件は $\boxed{\text{タ}} < \theta < \boxed{\text{チ}}$ である。

さて， θ がこの範囲にあり，D を $\triangle ADE$ と $\triangle COE$ が相似になるようにとったとしよう。このとき $\angle AOD = \boxed{\text{ツ}}$ である。したがって線分 AD の長さは $\boxed{\text{テ}}$ ，線分 DE の長さは $\boxed{\text{ト}}$ であり， $\triangle COE$ の面積は $\boxed{\text{ナ}}$ となる。とくに， $\triangle ADE$ の面積と $\triangle COE$ の面積が等しくなるのは $\theta = \boxed{\text{ニ}}$ のときである。

Ⅲ x の整式

$$f(x) = (1+x)(1+x+x^2)(1+x+x^2+x^3) \times \cdots \times (1+x+x^2+\cdots+x^{n-1})$$

(n は 4 以上の自然数) を展開して x の次数の低い項から並べて整理した式を

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_Nx^N \quad (a_N \neq 0)$$

とする。以下の に実数または n についての式を入れよ。ただし、階乗の記号 $!$ は使用してよいが、順列・組合せの記号 ${}_nC_k$, ${}_nP_k$ は使用しないこと。

[1] $N =$, $a_1 =$, $a_2 =$, $a_3 =$, $a_{N-1} =$

[2] $\sum_{i=0}^N a_i =$,

奇数次数の項の係数の和 $= a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2k-1} =$ (N が偶数

のとき $k = \frac{N}{2}$, N が奇数のとき $k = \frac{N+1}{2}$ 。)

[3] $f(x)$ が $(1+x)^{10}$ で割り切れるための必要十分条件は $n \geq$ である。

IV 関数 $f(x) = 6x^4 - 8x^3 - 12a^2x^2 + 24a^2x + 6a^4$ (a は実数) を考える。以下の $\boxed{\text{マ}}$ $\sim$ $\boxed{\text{メ}}$, $\boxed{\text{ユ}}$, $\boxed{\text{ヨ}}$ には実数を, $\boxed{\text{モ}}$, $\boxed{\text{ヤ}}$ には a の式を入れよ。

[1] $f(x)$ が極大値をとることがないような a の値をすべてあげると $\boxed{\text{マ}}$ である。

[2] $f(x)$ が $x = a$ で極大値をとるとき, a の範囲は $\boxed{\text{ミ}} < a < \boxed{\text{ム}}$ である。この範囲の a に対する $f(x)$ の最小値を $g(a)$ とおくと,

$\boxed{\text{ミ}} < a \leq \boxed{\text{メ}}$ のとき,

$g(a) = \boxed{\text{モ}}$ となり, $\boxed{\text{メ}} < a < \boxed{\text{ム}}$ のとき

$g(a) = \boxed{\text{ヤ}}$ となる。

[3] $\boxed{\text{ミ}} < a < \boxed{\text{ム}}$ において $g(a)$ は $a = \boxed{\text{ユ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ヨ}}$ をとる。