

数 学

次の各問いについて解答用紙に解答せよ。問題文の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

I 1 個の原価が 3 万円の商品 A を 5 万円で売るとする。売れ残ると原価がそのまま損になるが，商品 A には k 個 ($n \leq k \leq 2n$) の需要があるとしよう。

商品 A を x 個 ($n \leq x \leq 2n$) 仕入れたとして，以下の問いに答えよ。

(1) このときの売上利益 y_k 万円は，

$$y_k = \begin{cases} \boxed{\text{ア}} & (n \leq k \leq x) \\ \boxed{\text{イ}} & (x+1 \leq k \leq 2n) \end{cases}$$

と表される。

(2) $y = \sum_{k=n}^{2n} y_k$ とすると，

$$y = -\boxed{\text{ウ}}x^2 + \boxed{\text{エ}}x - \boxed{\text{オ}}n(n-1)$$

となる。

(3) $n=9$ のとき， y を最大にする x は， $x = \boxed{\text{カ}}$ または， $\boxed{\text{キ}}$ で，

このとき

$$E = \frac{y}{n+1} = \boxed{\text{ク}} \text{ 万円である。}$$

上の E は，商品 A に対する需要が n 個から $2n$ 個まで同様に確からしいとしたときの売上利益の期待値を表す。

II 複素数の列 $\{a_n\}$ が $a_0 = -8$, $a_{n+1} = (1+i)a_n - 1 + 8i$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で定義されているとする。ただし、 i は虚数単位とする。このとき $\{a_n\}$ の一般項は

$a_n =$ となる。

$(1+i)^2 =$, $(1+i)^8 =$ であるから、 k を自然数とすると

$(1+i)^{8k} =$, $(1+i)^{8k+6} =$ となる。このことを用いると、

$a_{8k+2} =$ となる。

a_n が純虚数となる n は 個あり、その中で最大のものを m とすると

$a_m =$ となる。

ただし , , , , , には、

$a + ib$ (a, b は実数) の形で記入せよ。

Ⅲ 2^N 個の負でない整数 $0, 1, 2, \dots, 2^N - 1$ の 2 進展開を考える。

ここで n ($n = 0, 1, 2, \dots, 2^N - 1$) の 2 進展開とは、

$a_k(n) = 0$ または 1 ($k = 1, 2, \dots, N$) に対して、

$$n = \sum_{k=1}^N a_k(n) 2^{k-1}$$

と表すことである。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $a_1(n) = a_2(n) = \dots = a_N(n) = 1$ であるとき、 $n = \boxed{\text{チ}}$ である。
- (2) $a_1(n) = 1$ である n ($0 \leq n \leq 2^N - 1$) をすべて加えると、 $\boxed{\text{ツ}}$ となる。
- (3) ここでは k を固定して考える。

$a_k(n) = 1$ である n のうち一番小さいものは $\boxed{\text{テ}}$ であり、 $2^N - 1$ 以下で一番大きいものは $\boxed{\text{ト}}$ である。

$$a_k(n) = 1, \quad a_{k+1}(n) = a_{k+2}(n) = \dots = a_N(n) = 0$$

である n をすべて加えると $\boxed{\text{ナ}}$ となる。また、 $a_k(n) = 1$ である n をすべて加えると、 $\boxed{\text{ニ}}$ となる。