

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。

- Ⅰ 〔1〕 楕円 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上の点 $P(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\sqrt{3})$ における接線 $l: 2x + 3y + 4\sqrt{3} = 0$ と平行な (l と異なる) もう一つの接線 m の式は ア $= 0$ である。その m の接点 Q において m に直交する直線 n の式は イ $= 0$ である。

- 〔2〕 $(2x - \sqrt{3})^3 = px^3 + qx^2 + rx + s$ とおくとき， $pr - qs$ の値は ウ である。
で， $\sqrt{3}(3p + r) + (3q + s)$ の値は エ である。

- 〔3〕 $abc \neq 0$ で $\frac{(a+b)c}{ab} = \frac{(b+c)a}{bc} = \frac{(c+a)b}{ca}$ が成立するとき，
 $\frac{(b+c)(c+a)(a+b)}{abc}$ の値は オ または カ である。

Ⅱ 平面上に△OABがあり、点Pを $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(x^2 - 1)\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}(y^2 - 1)\overrightarrow{OB}$ で定めることとする。

〔1〕 点 (x, y) が xy 平面上の原点を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円周上を動くとき、点Pの描く軌跡は線分となる。このとき線分の長さは辺ABの キ 倍となる。

〔2〕 逆に、点Pが△OABの内部およびその周上を動くとき、点 (x, y) は xy 平面上で3つの条件

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leq \text{ク}, \\ x &\leq \text{ケ} \text{ または } \text{コ} \leq x, \\ y &\leq \text{ケ} \text{ または } \text{コ} \leq y \end{aligned}$$

を満たす領域を動くことになる。

このとき第1象限で点 (x, y) の存在する領域の面積は

サ $\pi + (1 - \sqrt{3})$ となる。

Ⅲ 半径1の円 O_1 に内接する正三角形を T_1 とし, T_1 に内接する円を O_2 とする。円 O_2 に内接する正三角形を T_2 とし, T_2 に内接する円を O_3 とする。このように円 O_n とそれに内接する正三角形 T_n を帰納的に定義し, そして円 O_n の半径を r_n , 正三角形 T_n の一辺の長さを a_n とする。さらに円 O_n の内部にあって正三角形 T_n の外部にある領域の面積を S_n とし、以下の問いに答えよ。

〔1〕 a_1 と S_1 を求めよ。

〔2〕 $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ と $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ を求めよ。

〔3〕 $\sum_{k=1}^n a_k$ と $\sum_{k=1}^n S_k$ を求めよ。