

(第3時限：80分)

2013年度 ①

選 択 科 目 (全50ページ)

問 題

	ページ
政治経済・現代社会	1～8
日 本 史	9～22
世 界 史	23～34
地 理	35～46
数 学	47～50

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 政治経済・現代社会のⅢ－1，Ⅲ－2は選択問題です。いずれか1問を選択し、解答しなさい。(2問とも解答した場合は、Ⅲについては0点になります。選択しなかった問題の解答を誤って記入した場合は、消しゴムで完全に消してください。)
4. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
5. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。

Ⅰ

- 〔1〕 面積が $10\sqrt{3}$ で， $AB = 8$ ， $AC = 5$ の鋭角三角形 ABC がある。

このとき $\angle A =$ ア $^{\circ}$ ， $BC =$ イ である。

また， $\angle A$ の二等分線と辺 BC が交わる点を P とすると， $\triangle ABP$ の面積は ウ で， $\triangle ABP$ の内接円の半径は エ である。

ただし， ウ， エ は分母を有理化し，既約分数にすること。

- 〔2〕 水，お茶，スポーツドリンクの3種類の飲み物を売っている自動販売機で，6本の飲み物を購入する。購入しない飲み物があってもよいものとする，購入の組合せは オ 通りある。一方，3種類の飲み物をそれぞれ少なくとも1本は購入しなければならないものとする，購入の組合せは カ 通りある。

今，袋の中に水，お茶，スポーツドリンクの3種類の飲み物がそれぞれ3本ずつ，合計9本が入っており，この中から3本を取り出す。取り出さない飲み物の種類があってもよいものとする，取り出す組合せは キ 通りある。

ただし， オ， カ， キ は整数で解答すること。

[3] 一辺の長さ2の正五角形ABCDEについて、 $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = 2\vec{b}$ とし、対角線BEと対角線AC, ADとの交点をそれぞれF, Gとする。

AD // BC より $\angle BCF = \angle GAF$,

$\angle CBF = \angle AGF$ だから

$\triangle CBF \sim \triangle AGF$ である。

また, $\triangle CBF \equiv \triangle BAG$ だから

$\triangle BAG \sim \triangle AGF$ である。

$\triangle BAG$ と $\triangle AGF$ の相似比は

1 : であり, FG の長さは

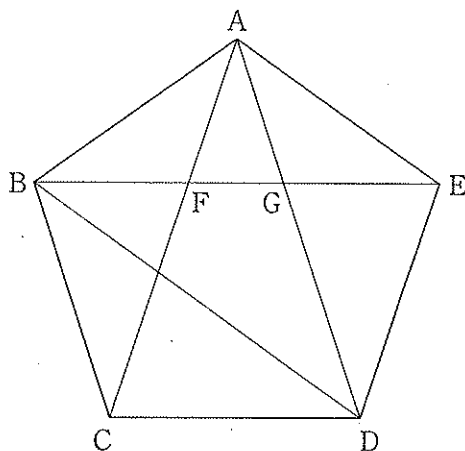
である。

したがって $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{BD} = \left(\text{コ} \right) \vec{b}$$

$$\overrightarrow{AC} = \left(\text{サ} \right) \vec{a} + \left(\text{シ} \right) \vec{b}$$

となる。



II ある人は、製品 X と製品 Y がお気に入りであり、製品 X を x g (グラム)、製品 Y を y g 購入することによって得られる満足度 u が、

$$u = y - \frac{1}{2}(x - 100)^2 \quad (x \geq 0, y \geq 0)$$

で表されるものとする。

製品 X の 1 g あたりの価格を p 円 (p は定数)、製品 Y の 1 g あたりの価格を 1 円とする。この人はお金 1000 円を持っている。そのお金のすべてを製品 X と製品 Y の購入に費やすとすると、 x と y についての関係式 $\boxed{\text{ス}} = 1000$ を得る。このとき、この人の満足度 u を製品 X の購入量 x で表すと、

$$u = \boxed{\text{セ}} x^2 + \left(\boxed{\text{ソ}} \right) x - \boxed{\text{タ}}$$

のようになる。この人の満足度 u が最大となるような製品 X の価格 p を購入量 x で表すと、 x と p についての関係式 $p = \boxed{\text{チ}}$ を得る。

一方、企業において、製品 X を x g 生産するのにかかる費用 z が、

$$z = \frac{a}{3} x^3 + 100 \quad (a > 0, a \text{ は定数})$$

で表されるとする。

また、生産した製品 X がすべて売れるとすると、製品 X を生産している企業の利益 t は、

$$t = px - z$$

と表される。

企業は、利益 t が最大となるように製品 X の生産量を決める。このときの製品 X の価格 p を生産量 x で表すと、 x と p についての関係式 $p = \boxed{\text{ツ}}$ を得る。

次に、 xp 平面上で $p = \boxed{\text{チ}}$ と $p = \boxed{\text{ツ}}$ の交点における $p = \boxed{\text{ツ}}$ の接線が直線 $p = \boxed{\text{チ}}$ と垂直になるときの a の値は $\boxed{\text{テ}}$ である。

$a = \boxed{\text{テ}}$ のとき、この交点における製品 X の生産量 (購入量) は $\boxed{\text{ト}}$ 、価格は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

さらに、直線 $p = \boxed{\text{ナ}}$ と、 $a = \boxed{\text{テ}}$ であるときの $p = \boxed{\text{ツ}}$ と、 p 軸で囲まれる部分の面積は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

Ⅲ 次の問いに答えよ。

〔1〕 3次方程式 $x^3 + 3x + 14 = 0$ の実数解の個数を求めよ。

〔2〕 $p (\neq 0)$, q を実数とする3次方程式 $x^3 + 3px + q = 0$ において
 $-4p^3 - q^2$ を D で表す。

この方程式が、1つの実数解と2つの虚数解をもつとき、 $D < 0$ であることを証明せよ。

〔3〕 a を実数とする3次方程式 $x^3 - 3ax + a(a - 3) = 0$ が、1つの実数解と2つの虚数解をもつとき、 a の値の範囲を求めよ。