

日付 (2/2) セット (②) 時限 (3)

方式 (全学統一方式 (理系))

科目名 : 数学

補足箇所 : 問題 3 ページ

下 から 8 行目の式

補足内容 : 右辺における行列の和は, $3n$ 個の行列の和である。

(第3時限：100分)

2014年度 ②

数 学 問 題

(理 系)

(全4ページ)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題文の にあてはまる適当なものを、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
3. 解答用紙1枚・下書用紙2枚は、この冊子の中に折り込んであります。
4. 試験終了後、問題冊子・下書用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの設問について問題文の にあてはまる適当なものを，
解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

Ⅰ 4次関数 $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + 12$ は $x = 1$ で極値 13 をとる。ただし， a, b は実数とする。

〔1〕 $a =$ ア ， $b =$ イ である。また， $f(x)$ は $x = 1$ 以外では，
 $x =$ ウ で極小値 エ ， $x =$ オ で極大値 カ をとる。

〔2〕 直線 l が曲線 $y = f(x)$ と異なる 2 点で接しているとする。このとき，直線 l の方程式は

$$y = \text{ キ }$$

であり，2つの接点の x 座標は ク ， ケ である。また，直線 l と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積は コ である。

II $f(t) = t \cos t$, $g(t) = t \sin t$ とする。

[1] $\{f(t)\}^2 + \{g(t)\}^2 = \boxed{\text{サ}}$, $\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2 = \boxed{\text{シ}}$,
 $\{f''(t)\}^2 + \{g''(t)\}^2 = \boxed{\text{ス}}$ である。また,

$$\frac{f'(t) f''(t) + g'(t) g''(t)}{\sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} \sqrt{\{f''(t)\}^2 + \{g''(t)\}^2}}$$

は $t = \boxed{\text{セ}}$ のとき, 最大値 $\boxed{\text{ソ}}$ をとる。

[2] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) g'(t) dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(t) g(t) dt = \boxed{\text{タ}}$,
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) g'(t) dt - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(t) g(t) dt = \boxed{\text{チ}}$,
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) g'(t) dt = \boxed{\text{ツ}}$

である。

III E を 2 次の単位行列とする。

$$[1] \quad P = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \text{ とする。}$$

$$P^3 = \boxed{\text{チ}}, \quad P + P^2 + P^3 + P^4 + P^5 = \boxed{\text{ト}}$$

である。自然数 n に対して, $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$ を次のように定める。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} + P^{n-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

このとき,

$$\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ナ}} \\ \boxed{\text{ニ}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_7 \\ y_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ヌ}} \\ \boxed{\text{ネ}} \end{pmatrix}$$

である。

$$[2] \quad r > 0 \text{ とし, } Q = r \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \text{ とする。自然数 } n \text{ に対して, } \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} \text{ を}$$

次のように定める。

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = (E + Q + Q^2 + \cdots + Q^{3n-1}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

このとき,

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ノ}} \\ \boxed{\text{ハ}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_n - u_{n-1} \\ v_n - v_{n-1} \end{pmatrix} = \boxed{\text{ヒ}} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

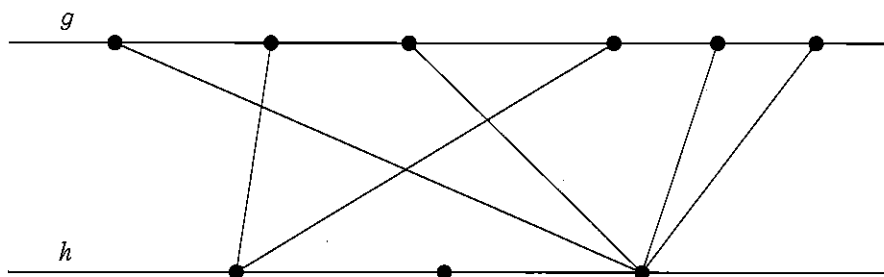
である。(注: $\boxed{\text{ヒ}}$ には行列ではなく r と n を用いた式を入れること。)

数列 $\{u_n\}$, $\{v_n\}$ がともに収束するのは, r が $0 < r < \boxed{\text{フ}}$ を満たすときであり, このとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \boxed{\text{ヘ}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \boxed{\text{ホ}}$$

である。

- IV 平面上に2本の平行な直線 g , h がある。直線 g 上に互いに異なる6点, 直線 h 上に互いに異なる3点をそれぞれとる。直線 g 上にとった6点それぞれに対して, 直線 h 上にとった3点のいずれか1点を選んでそれらを線分で結ぶ。(合計6本の線分を引く。)



- [1] 6本の線分の引き方は 通りである。
- [2] 直線 h 上の2点のみが g 上の点と結ばれるような6本の線分の引き方は 通りである。
- [3] 直線 h 上の2点のみが g 上の点と結ばれ, かつ6本の線分が途中で交差しないような線分の引き方は 通りである。
- [4] 直線 h 上の3点が g 上の点と結ばれるような6本の線分の引き方は 通りである。
- [5] 直線 h 上の3点が g 上の点と結ばれ, かつ6本の線分が途中で交差しないような線分の引き方は 通りである。
- [6] 途中で交差する線分が存在するような6本の線分の引き方は 通りである。