

(第3時限：80分)

2015年度 ①

選 択 科 目 (全50ページ)

問 題

	ページ
政治経済・現代社会	1～12
日 本 史	13～24
世 界 史	25～36
地 理	37～46
数 学	47～50

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 政治経済・現代社会のⅢ－1，Ⅲ－2は選択問題です。いずれか1問を選択し、解答しなさい。(2問とも解答した場合は、Ⅲについては0点になります。選択しなかった問題の解答を誤って記入した場合は、消しゴムで完全に消してください。)
4. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
5. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

[1] 10 個の数字 0, 1, 2, ..., 9 を使ってできる次のような 4 桁の整数は何個あるか。ただし，同じ数字を何回使ってもよい。

- (a) つくりうるすべての整数は ア 個ある。
- (b) 各位の数字がすべて異なる整数は イ 個ある。
- (c) 各位の数字がすべて同じである整数は ウ 個ある。
- (d) 各位が異なる 3 つの数字からなる整数は エ 個ある。
- (e) 各位が異なる 2 つの数字からなる整数は オ 個ある。

[2] $x > 1$ で定義された関数 $y = (\log_2 x)^2 + (\log_x 2)^2 - \log_2 x - \log_x 2 + a$ があり，最小値は -2 である。ただし， a は定数とする。

$\log_2 x + \log_x 2 = t$ とするとき， t のとりうる値の範囲は， $t \geq$ カ であり，関数 y を t の式で表すと， $y =$ キ となる。したがって， y が最小となるのは， $t =$ ク のときである。このとき $x =$ ケ ， $a =$ コ である。

[3] $x_n = 19^n$ (n は正の整数) は, 二項定理を利用すると次のように表すことができる。

$$x_n = 20^n - \boxed{\text{サ}} 20^{n-1} + \cdots + (-1)^{n-1} \boxed{\text{サ}} 20 + (-1)^n$$

次に x_n を 400 で割ったときの余りを y_n で表す。ただし, y_n は $0 \leq y_n < 400$ を満たす整数とする。このとき,

$y_1 = y_{21} = \boxed{\text{シ}}$, $y_2 = y_{22} = \boxed{\text{ス}}$ である。また y_n の最大値は $\boxed{\text{セ}}$ で、最小値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

II 株式取引について以下のモデルを考える。

ある会社の株式は期間 $n = 1, 2, \dots, 252$ で取引される。 P_n は第 n 期での株式の 1 株あたりの価格を表し、 X_n は投資家が第 n 期で出す注文を表す。例えば、 $X_n = 1$ は「1 株を買う」という買い注文を意味し、 $X_n = -0.5$ は「0.5 株を売る」という売り注文を意味する。

価格 P_n は注文 X_n および前期の価格 P_{n-1} に依存し、次の関係式で表されるものとする。

$$P_n = P_{n-1} + \frac{1}{4} X_n, \text{ ただし, } P_0 = 0$$

投資家の第 n 期での取引利益 R_n は価格 P_n と注文 X_n に依存し、次の関係式で表されるものとする。

$$R_n = (1 - P_n) X_n$$

ここでは、各期間の取引において、投資家はその期の取引利益が最大になるように注文を決める。次の各問いに答えよ。

- [1] 第 1 期では、注文は $X_1 = \boxed{\text{タ}}$, 株式価格は $P_1 = \boxed{\text{チ}}$,
取引利益は $R_1 = \boxed{\text{ツ}}$ である。

- [2] 第 n 期での注文 X_n および株式価格 P_n を P_{n-1} を用いて表すと、
 $X_n = \boxed{\text{テ}} - \boxed{\text{ト}} P_{n-1}$, $P_n = \boxed{\text{ナ}} + \boxed{\text{ニ}} P_{n-1}$ となる。

- [3] 第 n 期での価格 P_n , 注文 X_n および投資利益 R_n を n を用いて表すと、
 $P_n = \boxed{\text{ヌ}} - \frac{1}{\boxed{\text{ネ}}}$, $X_n = \frac{1}{2 \boxed{\text{ノ}}}$, $R_n = \frac{1}{2 \boxed{\text{ハ}}}$ となる。

- [4] 第 1 期から第 n 期までの累計取引利益 $\sum_{t=1}^n R_t$ は、

$$\sum_{t=1}^n R_t = \boxed{\text{ヒ}} - \frac{1}{\boxed{\text{フ}}} 2^{\boxed{\text{ヘ}}} \text{ となる。}$$

- [5] $1 - P_n \leq 0.01$ を満たすもっとも小さい n は $\boxed{\text{ホ}}$ である。

Ⅲ 関数 $y = \sin 2\theta + 2a(\sin \theta + \cos \theta) + a^3$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を考える。ただし、 a は定数とする。このとき、次の各問いに答えよ。

〔1〕 $x = \sin \theta + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) において、 y を x の関数で表せ。

〔2〕 x のとりうる範囲を求めよ。

〔3〕 x が〔2〕で求めた範囲を動くとき、関数 y の最小値は a の関数 $m(a)$ として表すことができる。この関数 $m(a)$ を求めよ。

〔4〕 関数 $m(a)$ の極値を求めよ。

