

(第3時限：80分)

2015年度 ③

選 択 科 目 (全46ページ)

問 題

	ページ
政治経済・現代社会	1～10
日 本 史	11～22
世 界 史	23～34
地 理	35～42
数 学	43～46

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 上記の科目から1科目を選択しなさい。
3. 政治経済・現代社会のⅢ－1，Ⅲ－2は選択問題です。いずれか1問を選択し、解答しなさい。(2問とも解答した場合は、Ⅲについては0点になります。選択しなかった問題の解答を誤って記入した場合は、消しゴムで完全に消してください。)
4. 解答はすべて別紙の解答用紙に記入しなさい。
5. 試験終了後、問題冊子・選択しなかった解答用紙は持ち帰りなさい。

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕

- (a) n は 2 以上の自然数とする。整式 x^n を $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りは， ア である。
- (b) 整式 x^{2015} を $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りは， イ である。

〔2〕

- (a) $a > 0$ ， $b > 0$ のとき，

$\left(a + \frac{2}{b}\right)\left(b + \frac{8}{a}\right)$ の最小値は ウ であり，このとき $ab =$ エ である。

- (b) $a > 1$ のとき，

$\frac{a-1}{a^2-2a+5}$ の最大値は オ であり，このとき $a =$ カ である。

[3]

- (a) ibaraki の 7 文字から任意に 5 文字を選んで、横 1 列に並べてできる文字列は、 通りある。
- (b) kinugasa の 8 文字から任意に 5 文字を選んで、横 1 列に並べてできる文字列のうち、隣接するどの 2 文字も異なる文字列は、 通りある。
- (c) biwako の 6 文字を横 1 列に並べてできる文字列のうち、a と b の間に 1 文字だけ入っている文字列は、 通りある。
- (d) biwako の 6 文字を 3 つのグループに分ける方法は、 通りある。
ただし、各グループには少なくとも 1 文字が入ることとする。

Ⅱ ある国は2つの州AとBから構成されている。国全体の人口は N で常に一定であり、A州の人口を P 、B州の人口を Q とし、 $p = \frac{P}{N}$ 、 $q = \frac{Q}{N}$ とする。

A州とB州の1人当たりの所得 y_A 、 y_B は、 p 、 q を変数とする次の関係式で決定されるとする。

$$y_A = \begin{cases} -p^2 + ap + 1 & (0 < p \leq 1) \\ 0 & (p = 0) \end{cases}$$

$$y_B = \begin{cases} -q^2 + aq + 1 & (0 < q \leq 1) \\ 0 & (q = 0) \end{cases}$$

ここで a は正の定数である。このとき次の問いに答えなさい。

〔1〕 y_B を p の関数として書き換えると

$$y_B = \begin{cases} \boxed{\text{サ}} p^2 + \left(\boxed{\text{シ}} \right) p + \left(\boxed{\text{ス}} \right) & (0 \leq p < 1) \\ 0 & (p = 1) \end{cases}$$

である。

〔2〕 今、 $p = \frac{1}{2}$ として、今後、国民は所得が高い方の州へ移動するものとする。

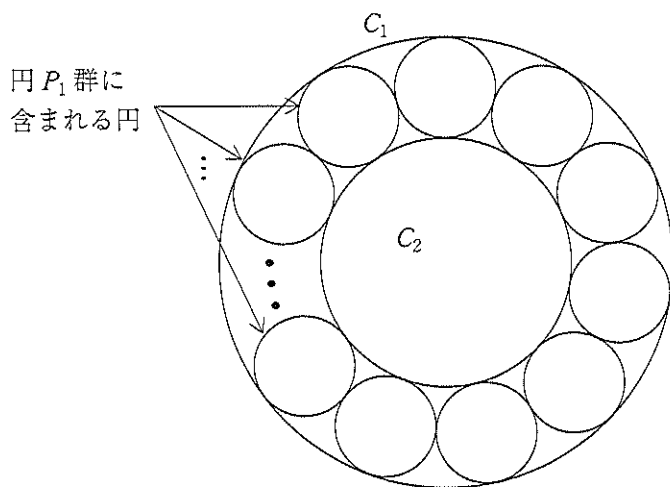
すなわち、 $z(p) = y_A - y_B$ とすると、 $z(p) > 0$ の場合は、B州からA州へ人口移動が続く、反対に $z(p) < 0$ の場合は、A州からB州へ人口移動が続くことになる。さらに、 $z(p) = 0$ の場合でも、移動することで y_A 、 y_B がともに増加するのであれば、人口移動は続くとする。

ここで人口移動が止まるときの p の値 p^* について考える。 $0 < a \leq \boxed{\text{セ}}$ の場合には、 p^* が1つだけ存在し、このときの1人当たりの所得は $\boxed{\text{ソ}}$ である。また、 $\boxed{\text{セ}} < a$ の場合には、 p^* が2つ存在し、このときの1人当たりの所得は $\boxed{\text{タ}}$ である。

Ⅲ 半径1の円 C_1 の内部に、下図のように、半径の等しい k 個の円が、接点以外に重なる部分がないように並んでおり、これらの k 個の円の集まりを円 P_1 群と呼ぶ。

ここで、円 P_1 群の円はすべて円 C_1 と内接している。また円 P_1 群のどの円も円 P_1 群の他の2つの円と外接している。

次に、円 P_1 群のすべての円と外接する円 C_2 を作り、円 P_1 群と同様に円 C_2 の内部に半径の等しい k 個の円（円 P_2 群）を並べる。この操作を n 回繰り返す。ただし、 n は自然数、 k は3以上の自然数とする。このとき、次の問いに答えよ。



図

- 〔1〕 $k = 4$ のとき、円 P_1 群の円の半径 r_1 を求めよ。
- 〔2〕 $A_k = 1 - \cos \frac{2\pi}{k}$ とするとき、円 P_1 群の円の半径 r_1 を A_k を用いて表せ。
- 〔3〕 円 P_1 群の円の半径と円 C_2 の半径が等しいとき、 k の値を求めよ。
- 〔4〕 k が〔3〕で求めた値のとき、円 P_n 群の円の面積の和 S_n を求めよ。
- 〔5〕 円 P_1 群から円 P_n 群のすべての円の面積の総和 S を求めよ。